POUR FAIRE AIMER LES MATHÉMATIQUES

Les mathématiques, le langage de l'Univers


©Amélie Philibert / UdeM

NATHALIE OUELLETTE
astrophysicienne,
directrice adjointe de l'Institut de recherche sur les exoplanètes (iREx) et de l'Observatoire du Mont Mégantic, scientifique chargée des communications pour le télescope James Webb au Canada

« Je ne peux pas peser une galaxie sur une balance… Mais en utilisant des équations mathématiques, je peux convertir et déduire sa masse à partir d'une image. »

« Les mathématiques, c'est le langage de l'Univers ! Elles décrivent les lois de la physique qu'on essaie de comprendre en étudiant les astres. »

PORTRAIT

Ce qui m'intéresse, c'est la formation et l'évolution des galaxies. Les mathématiques occupent une grande place dans mon travail de tous les jours. Par exemple, je les utilise pour mesurer certaines caractéristiques d'une galaxie (comme sa masse ou son stage évolutif) à partir d'informations contenues dans des images ou des spectres pris par des télescopes. Les statistiques jouent aussi un rôle important pour détecter des relations ou des motifs à travers des grands catalogues de données que les scientifiques récoltent.

Mes passions ? Escalade, casse-têtes, Rubik's cube, jeux d'évasion… Même pendant mon temps libre, je m'amuse avec les algorithmes et les stratégies !

SES NOMBRES PRÉFÉRÉS

- **5154** ▸ Le nombre d'exoplanètes découvertes à ce jour.
- **13,7 milliards** ▸ L'âge de l'Univers.
- **200 milliards** ▸ Le nombre d'étoiles estimé dans notre galaxie. En moyenne, on estime que chacune des étoiles possède au moins une exoplanète.

ACTIVITÉ

Où sont les extraterrestres?

Sommes-nous, les humains, uniques et seuls dans l'Univers? Depuis toujours, cette question fascine les scientifiques autant que le grand public. L'équation de Drake permet justement d'explorer la probabilité de l'existence de civilisations extraterrestres avancées. En prenant en compte plusieurs facteurs (tels que la fraction d'étoiles possédant des systèmes planétaires ou celle de civilisations capables de développer une technologie émettrice de signaux détectables dans l'Univers), les élèves plongeront au cœur du mystère de la vie dans le cosmos.


Image par Eak K. de Pixabay

Des exoplanètes
à l'école

Des nouveaux mondes à découvrir, au primaire et au secondaire

Activité - Où sont les extraterrestres ?

Niveau scolaire : 2e cycle du secondaire
Durée : 1 période (60 ou 75 minutes) ou plus
Mots-clés : exoplanètes, planètes, étoiles, galaxies, système solaire, unité astronomique, année-lumière, extraterrestre, conditions essentielles à la vie, TIC

Brève description

Dans cette activité, les jeunes devront discuter des différents facteurs qui interviennent dans l'évaluation du nombre possible de civilisations qui peuvent communiquer avec nous. Ils pourront ainsi réfléchir aux questions scientifiques, sociologiques et historiques qui interviennent quand on se pose la grande question « Y a-t-il de la vie ailleurs ? ».

Matériel à télécharger – cliquer sur les liens

- Présentation *Où sont les extraterrestres*
- Fiches à imprimer *Où sont les extraterrestres*, elles contiennent beaucoup d'informations pour alimenter les discussions des jeunes
- Feuille de calcul Excel *Votre estimation*, qui permet de calculer l'estimation pour chaque équipe sans avoir à faire le calcul

Introduction

Depuis l'Antiquité et sans doute bien avant, les humains se demandent s'ils sont seuls dans l'Univers. En étudiant notre histoire, on réalise que de grandes civilisations ont émergé et ont prospéré, mais que ce n'est que depuis un peu plus d'une centaine d'années que l'humain communique sa présence dans le cosmos.

Y a-t-il des civilisations ailleurs dans la galaxie avec lesquelles on pourrait communiquer ? Les jeunes se pencheront sur cette question en la décortiquant en plusieurs sous-questions, à la manière de l'astrophysicien américain Frank Drake, qui avait formulé en 1960 sa fameuse « Équation de Drake ». Les jeunes pourront ainsi réfléchir aux différentes étapes qui ont mené à notre civilisation actuelle, et aux raisons qui peuvent expliquer pourquoi nous ne sommes pas actuellement en conversation avec une multitude de civilisations intelligentes disséminées dans la galaxie. Une très bonne manière de réaliser l'immensité de l'espace et l'unicité de la Terre, et de se poser des questions philosophiques et éthiques reliées à cette question scientifique.

Note : Cette activité a le potentiel de soulever des réflexions profondes sur les sciences, mais aussi sur la sociologie, la philosophie, l'environnement, etc. (immensité de l'Univers, sentiment d'être très petit, peur du danger que présenterait une civilisation extraterrestre, inquiétude liée à la survie de notre espèce, etc.).

Choisissez un moment qui vous paraît approprié pour favoriser des échanges ouverts et respectueux. Selon votre groupe, il pourrait être utile de rappeler que c'est normal de se sentir étourdi par ces réflexions, voire anxieux. Dans tous les cas, être conscient de l'aspect émotionnel engendré par ces grandes questions vous donnera une longueur d'avance !

Déroulement

- Utiliser la présentation *Où sont les extraterrestres ?* afin de débuter l'activité.
- À la page 15, la question suivante s'affiche : "D'après toi, est-ce qu'il y a d'autres civilisations dans notre galaxie avec lesquelles on pourrait communiquer ?". Discutez de cette question en grand groupe. Vous pouvez encourager les jeunes à nommer les différentes raisons qui font que nous ne sommes toujours pas en communication avec ces civilisations. Ils pourraient par exemple noter que les distances qui séparent les étoiles sont immenses, ou encore avancer l'idée que ces civilisations sont rares ou inexistantes. Expliquez que l'activité va permettre d'explorer ces différentes raisons de manière un peu plus systématique...
- Séparer le groupe en six équipes à peu près égales, une pour chaque question, et distribuer des *Fiches à imprimer* de la Question 1 dans l'équipe 1, de la Question 2 dans l'équipe 2, etc.
- Inviter chaque groupe de jeunes à lire la question sur leur fiche, en discuter, et s'entendre sur une valeur plausible pour la réponse. Différents éléments de réflexion sont fournis sur les fiches, mais les jeunes peuvent en connaître d'autres. Ce travail permet à chaque jeune de devenir le spécialiste d'une question. Encouragez-les à prendre des notes sur leur fiche.
- (facultatif) Chaque équipe peut calculer une estimation du nombre de civilisations extraterrestres qui sont en mesure de communiquer avec nous présentement, et la distance moyenne qui les sépare.
- **Note** : Les instructions pour faire le premier calcul se trouvent dans la Présentation *Où sont les extraterrestres* à la p. 17 et pour le second aux pages 24 et 25.
- En grand groupe, comparer les différentes estimations, par exemple en utilisant une copie de la **feuille de calcul Votre estimation** projetée au tableau. Comparer avec les valeurs d'une autre classe, si c'est possible, pour montrer à quel point ces estimations peuvent varier. Poursuivre la discussion.

En complément

- Visionner une ou plusieurs capsules ExoBouchées. L'ExoBouchée 2 Terre 2.0 et l'ExoBouchée 6 - l'astronome moderne sont particulièrement pertinentes ici.
- Consulter la série de capsules Des exoplanètes et nous pour entendre les astronomes de l'iREx sur la question : "Y a-t-il de la vie ailleurs?" (en préparation)
- Consulter le site web Du quantum au cosmos (Institut Périmètre) ou encore le site Échelle de l'Univers ou visionner la vidéo Cosmic Eye pour mieux visualiser les différences de grandeur.
- Discuter du Paradoxe de Fermi, qui se penche sur une question similaire, et de ses possibles solutions.

Pour aller plus loin

- Inviter les jeunes à imaginer un premier contact avec une civilisation extraterrestre. L'activité First Contact (en anglais) peut servir d'inspiration.
- Organiser un débat sur un sujet associé :
- Est-ce qu'il est sécuritaire et souhaitable de signaler notre présence dans l'espace?
- Est-ce que la découverte d'une civilisation extraterrestre serait une bonne ou une mauvaise nouvelle pour l'humanité?
- Comment et pourquoi sont représentés les extraterrestres dans la culture populaire?
- Conseiller aux jeunes des films ou des livres qui parlent de vie ou civilisations extraterrestres (The Arrival, Avatar, etc.)

Source

Cette activité est tirée de la Trousse d'activités au secondaire créée dans le cadre du projet Des exoplanètes à l'école, mené par l'Institut de recherche sur les exoplanètes à la Faculté des arts et des sciences de l'Université de Montréal, en collaboration avec À la découverte de l'univers, École en réseau, l'Association pour l'enseignement de la science de la technologie au Québec (Aestq) et plusieurs membres du personnel scolaire, grâce notamment au financement du programme NovaScience du ministère de l'Économie et de l'Innovation.

Cette activité est inspirée en partie de l'activité Anyone out there du Big History Project et de l'activité Anyone out there de la trousse Life in the Universe de l'Astronomical Society of the Pacific, elle a été réalisée sous une forme légèrement différente par Thomas Vandal, Patrick Horlaville et Maude Larivière, trois étudiants de l'iREx en 2021.

POUR FAIRE AIMER LES MATHÉMATIQUES

Prévoir, estimer, partager, explorer… Les mathématiques, plus que des nombres

CHRISTIANE ROUSSEAU
mathématicienne

« Pouvez-vous voir le rôle des mathématiques dans le monde qui vous entoure ? Pouvez-vous imaginer une application des mathématiques pour un monde meilleur ? »

« J'ai toujours aimé les mathématiques. Pour leur beauté, mais aussi pour leur grande utilité. »

LES MATHÉMATIQUES, C'EST QUOI ?

Elles introduisent des objets mathématiques (abstraits) et étudient leurs propriétés et relations. Pensons, par exemple, aux nombres qui nous permettent de mesurer des quantités ou aux figures géométriques qui nous, on peut décrire le visuel. Grâce aux objets mathématiques plus sophistiqués, on peut décrire le monde qui nous entoure, comme le phénomène des saisons ou l'évolution des systèmes météorologiques. Quand se produira le pic d'une épidémie et quelle ampleur aura-t-il ? Cela se fait par modélisation mathématique. Modéliser, c'est proposer une description simplifiée d'un phénomène pour mettre en lumière ses caractéristiques essentielles, souvent cachées par trop de détails. Essayez de comprendre le climat en observant les données météorologiques au jour le jour, ou même heure par heure partout sur la planète ! Les détails masquent les tendances.

Image par gloverbh222 de Pixabay

ACTIVITÉS

1 **Scénario catastrophe**
À cause du réchauffement climatique, le niveau de la mer augmente. Que se passerait-il si les calottes glaciaires de la planète fondaient complètement ?

2 **Facile d'estimer ?**
Combien de nourriture est consommée par jour dans le monde ? Et de déchets produits ? Explorons la façon dont des problèmes d'estimation liés à la planète peuvent être abordés d'un point de vue mathématique et stratégique.

3 **Partage équitable**
Comment répartir un gâteau ou des corvées entre plusieurs personnes, afin que chacune ait une part équitable ?

4 **Preuves sans mots** (niveau avancé)
Mon travail m'a amenée à beaucoup voyager à l'international. Dans le monde, on compte plus de 7000 langues parlées pour environ 200 langues écrites. Et pourtant, ce qui me fascine, c'est que les mathématicien.ne.s partagent le même langage. Explorons les Preuves sans mots !

Science pour TOUS ! · CRSNG NSERC · Québec

Fonte de la glace et ordres de grandeur

Participants:

À partir de 12 ans.

Aperçu :

Cette activité IDM comprend deux parties indépendantes. Les deux traitent de grandes questions sur ce qui peut arriver à notre planète. Dans la première activité, les questions portent sur le problème de la hausse du niveau de la mer suite au réchauffement climatique. Dans la deuxième activité, la discussion porte, plus généralement, sur la façon dont des problèmes d'estimation liés à la planète peuvent être abordés d'un point de vue mathématique et stratégique.

N'hésitez pas à expérimenter autour des deux activités. Vous pouvez utiliser environ une heure pour chacune des activités, selon le temps que vous désirez consacrer à la discussion. Vous pouvez choisir de faire une seule activité ou les deux, l'une après l'autre, le même jour ou des jours différents.

En guise de préparation générale, il vous suffit de vous familiariser avec le sujet et les ressources ci-dessous et de préparer des données intéressantes à partager avec les élèves à des moments spécifiques.

Activité 1 - Fonte de la glace

Cette activité explore ce qui se passerait si les calottes glaciaires de la planète fondaient complètement. À un moment donné (peut-être au début et / ou probablement à la fin), vous devrez rappeler à vos élèves qu'il s'agit d'un scénario hypothétique, choisi pour pratiquer les mathématiques, la physique et les connaissances de la Terre. La recherche indique qu'au cours du siècle dernier, le niveau moyen de la mer a augmenté d'environ 16-21 cm, et qu'il devrait augmenter d'environ 30 cm de plus au cours de ce siècle. Alors que les données réelles sont préoccupantes et ne peuvent être ignorées, nous considérerons ici des catastrophes plus extrêmes.

1. **Qu'est ce qui vous vient à l'esprit ?**
   Commencez par poser la question suivante: "Que croyez-vous qu'il arriverait à cette ville si le niveau de l'océan montait de 2 mètres?"
   Poussez les élèves à être créatifs dans leurs réponses. Le littoral changerait-il? Y aurait-il des migrations et des réfugiés des villes côtières? Manquerait-on de nourriture? Y aurait-il des effets économiques? Le cours des rivières changerait-il? Quels seraient les effets sur la faune? Le but est de les faire réfléchir, pas de donner des réponses correctes (mais vous pouvez proposer des bribes d'informations en consultant par exemple laréférence [4]).
   Modifiez la valeur dans la question. Et si le niveau augmentait de 5 cm? Et si il augmentait de 10 m?

2. **Et si la glace du pôle Nord fondait**
   Demandez ce qui se passerait si la glace du pôle Nord fondait. Laissez-leur le temps de trouver leurs propres réponses.
   Après un certain temps, rappelez-leur que la calotte glaciaire du pôle Nord est une masse de glace flottant sur l'océan (nous ne considérerons pas le Groenland comme faisant partie de la calotte glaciaire). Proposez l'expérience de réflexion suivante: supposons que vous ayez un verre d'eau rempli jusqu'au bord, afin qu'il ne puisse plus contenir d'eau. Sur l'eau, il y a un glaçon flottant. La majeure partie de la glace est sous l'eau, mais un coin du glaçon dépasse de la surface de l'eau. Supposez alors que vous laissez le verre avec l'eau et la glace à la température ambiante jusqu'à ce que la glace fonde. Que va-t-il se passer? L'eau débordera-t-elle? Le niveau va-t-il diminuer?

Question : Qu'arriverait-il au niveau de la mer si la calotte glaciaire flottant au pôle Nord fondait ?
Réponse : Le niveau de la mer resterait exactement le même. Dans l'exemple du glaçon flottant dans le verre, le niveau resterait exactement le même et le verre ne se renverserait pas. L'explication utilise le principe d'Archimède. Imaginez que vous sélectionnez une certaine région de l'eau dans le verre, une région située juste en dessous et en contact avec la surface. Imaginez maintenant que l'eau à l'intérieur de cette région se transforme en glace. La glace dépasserait vers le haut, occupant une partie de l'air au-dessus. Mais comme le nombre de molécules d'eau est le même, la masse de cette glace est exactement la même que celle de l'eau auparavant, et donc la force de flottabilité ascendante exercée par le reste de l'eau

est la même qu'avant et contrebalance exactement le poids de la glace. La glace flotterait en équilibre.

Par conséquent, le niveau des océans resterait absolument le même si la calotte glaciaire du pôle Nord fondait. Bien sûr, il y aurait de nombreuses autres conséquences importantes pour l'environnement, le climat et la planète dans son ensemble.

3. **Et si la glace du pôle Sud fondait**
Présentez maintenant le fait qu'au pôle Sud, la calotte glaciaire se trouve au-dessus de la masse continentale de l'Antarctique. Par conséquent, si la calotte glaciaire antarctique fondait, il y aurait beaucoup d'eau ajoutée aux océans. Demandez à vos élèves de calculer l'élévation du niveau de la mer. Certaines données sont nécessaires pour donner cette estimation, vous pouvez laisser vos élèves rechercher ces données en ligne, ou vous pouvez leur donner les chiffres ci-dessous. Si vous décidez de ne donner aucune donnée à vos élèves, ouvrez une discussion sur les données (et les formules) à rechercher. Si quelqu'un trouve un résultat final en ligne, vous pouvez lui demander de justifier ou de reconstruire ce résultat à partir de données de base.

Question : La glace en Antarctique couvre une superficie de 14 millions de km^2 et a en moyenne 2 km d'épaisseur. La Terre peut être considérée comme une sphère d'un rayon de 6371 km et les océans composent 70% de sa surface. L'eau est plus dense que la glace, 1 m^3 de glace est l'équivalent de 0,9 m^3 d'eau. Si toute la glace sur la masse continentale de l'Antarctique fondait, à quel point le niveau de la mer augmenterait-il?

Réponse : environ 70 m
Le volume de glace sur le continent antarctique est

$$24 \text{ M km}^2 \times 2 \text{ km} = 28 \text{ M km}^3 \text{ de glace.}$$

Si cette glace fondait, elle se transformerait en

$$28 \text{ M km}^3 \text{ glace} \times (0.9 \text{ m}^3 \text{ eau} / 1 \text{ m}^3 \text{ glace}) = 25.2 \text{ M km}^3 \text{ eau.}$$

De part, la surface de la Terre est

$$4 \times \text{pi} \times \text{rayon}^2 = 4 \times 3.1416 \times (6371 \text{ km})^2 = 510 \text{ M km}^2.$$

Si seulement 70% de cette surface est composée d'océans, cela nous donne une surface pour les océans de

$$510 \text{ M km}^2 \times 0.7 = 357 \text{ M km}^2.$$

Maintenant, faisons l'hypothèse que toute la glace fondue serait accumulée exactement sur la surface des océans. Le volume étant égal à la surface multipliée par la hauteur

$$\text{volume} = \text{surface} \times \text{hauteur}$$

alors l'élévation du niveau de la mer est le quotient du volume d'eau ajouté divisé par la surface des océans :

$$h = 25.2 \text{ M km}^3 / 357 \text{ M km}^2 = 0.0705 \text{ km} = 70 \text{ m.}$$

Ainsi, notre estimation est que si toute la glace de l'Antarctique fondait, le niveau des océans augmenterait d'environ 70 mètres.

Maintenant, pourrions-nous améliorer le modèle? Une option consisterait à tenir compte du fait que toute l'eau ne serait pas empilée au-dessus de l'océan existant, mais qu'une partie inonderait des terres de basse altitude.

Question : Supposons qu'environ 10% des terres seraient inondées et que l'altitude moyenne de cette région inondée soit de 10 m. Ce combien le niveau de l'océan s'élèverait-il dans ce cas? (Ces deux nombres sont seulement une supposition, changez-les pour voir si le résultat change de manière significative.)
Réponse : La surface terrestre représente 30% de la surface de la Terre. $510 \text{ M km}^2 \times 0.3 = 153 \text{ M km}^2$ Maintenant, 10% des terres sont inondées, soit, $153 \text{ M km}^2 \times 0.1 = 15.3 \text{ M km}^2$ Étant donné que cette terre inondée a une altitude moyenne de 10 m, cela signifie que la hauteur moyenne de l'eau au-dessus sera de h - 0,01 km. Ici, la forme du terrain inondé n'a pas d'importance, tant que l'on sait que l'altitude moyenne est de 10m. Maintenant, le volume d'eau neuve est calculé comme suit : $\text{volume} = \text{surface}_{\text{océans}} \times h + \text{surface}_{\text{inondée}} \times (h - 0.01 \text{ km})$ Le volume de nouvelle eau et la superficie des océans sont les mêmes que dans l'exemple précédent. Ce donne une équation pour h dont la solution est $h = 68 \text{ m}$ Ainsi, il y a une très petite différence. Cela n'est pas surprenant : 10% des terres ne représentent que 3% de la surface de la Terre. On peut jouer avec les deux valeurs comme paramètres. Le cas extrême est si la terre entière avait une altitude nulle, et la montée serait encore de 49,4 mètres, donc très élevée.

La référence [2] donne une élévation du niveau de la mer de 73,32 m, utilisant probablement des données plus précises que notre estimation rapide. L'élévation du niveau de la mer monte à 80,32 m si l'on inclut le Groenland et tous les autres glaciers de la Terre.

Comme nous l'avons souligné précédemment, il s'agit d'un scénario catastrophique peu probable à courte échéance. Les prévisions sont une augmentation de 30 cm d'ici la fin du siècle. Un autre facteur qui affecte considérablement le niveau de la mer est l'expansion thermique de l'eau due à une température plus chaude. Cela contribue non seulement à la hausse du niveau de la mer mais accélère également le rythme de fonte des calottes glaciaires.

Références :

Vous pouvez utiliser les ressources suivantes pour enrichir la discussion avec des données du monde réel et des visualisations interactives :

1. Aperçu de la recherche actuelle sur la fonte des calottes glaciaires.
   https://imaginary.org/program/simulating-the-melting-of-ice-caps
2. Données réelles d'experts, présentées pour le contexte de l'éducation.
   https://serc.carleton.edu/eslabs/cryosphere/6b.html
3. Application cartographique pour observer quelles parties du monde seraient couvertes d'eau après une élévation du niveau de la mer
   https://www.floodmap.net/
4. Au total, 10% de la population mondiale vit dans des zones côtières basses, c'est-à-dire à moins de 10 m au-dessus du niveau moyen actuel de la mer..
   McGranahan, G., Balk, D., and Anderson, B.: The rising tide: Assessing the risks of climate change and human settlements in low elevation coastal zones, Environ. Urban., 19, 17–37, https://doi.org/10.1177/0956247807076960 , 2007.

Activité 2 - Ordres de grandeur dans des questions sur la Terre

Comment pouvons-nous trouver des réponses à des questions de grande ampleur lorsque nous avons peu de données? Parfois, les statistiques sur un phénomène particulier ne sont pas disponibles: peut-être parce que la portée est trop grande (par exemple la planète entière) ou trop petite (votre ville, votre école), et aucune institution n'a collecté ces données. Parfois, il est impossible de produire des données parce que nous ne pouvons pas donner un compte exact (combien d'arbres y a-t-il dans le monde?) Ou parce que c'est hypothétique (combien d'arbres seraient nécessaires pour absorber les émissions actuelles de CO_2?) Pour ce type de questions , nous ne recherchons qu'une estimation grossière de l'ordre de grandeur de la réponse. Ces estimations sont souvent appelées estimations de Fermi.

Il existe de nombreuses astuces que nous pouvons utiliser pour répondre à ces questions. Dans cette activité, nous explorons cette technique et l'appliquons à certaines questions environnementales liées à la planète Terre.

1. **Questions de réchauffement.**
   Demandez à vos élèves de trouver une réponse aux questions suivantes :
   a. Combien de nourriture est consommée par jour dans le monde ?
   b. Combien de déchets sont produits chaque jour dans le monde ?
   c. Combien de litres d'eau sont nécessaires par jour dans le monde uniquement pour la consommation individuelle (sans compter les industries et l'agriculture) ?

   Pour chaque question, ils doivent obtenir une estimation de leur propre expérience (combien de nourriture je mange chaque jour, combien de déchets je produis…), et vous pouvez leur fournir des statistiques telles que la population mondiale (7 milliards de personnes) . Posez-leur des questions telles que la variabilité de ces chiffres. Est-ce la même consommation de nourriture par personne dans le monde? Et les ordures? Qu'en est-il des déchets produits par l'industrie, est-ce plus ou moins que ceux des particuliers? Vous pouvez trouver des réponses «officielles» à ces questions en cherchant sur Internet. Ayez une période de discussion après avoir donné les réponses.

2. **Questions d'information incomplètes.**
   Posez à vos élèves ce nouveau type de questions où ils devront obtenir des données de sources indirectes et faire des modèles et des estimations simples :
   a. Combien de litres d'eau l'école (ou le bâtiment dans lequel vous êtes actuellement) utilise-t-elle chaque semaine ?
   b. Combien de brins d'herbe y a-t-il sur un terrain de football (ou tout autre terrain de sport ou jardin) ?
   c. Quelle quantité de CO_2 est expirée par tous les étudiants/participants par jour?

3. **Questions plus profondes.**
   Amenez la question suivante :
   a. Selon vous, quel est le volume de toutes les bouteilles en plastique qui se retrouvent dans l'océan tous les jours?

   Laissez vos élèves deviner (en les aidant) les étapes à suivre pour décomposer le problème et faire des estimations. Quelques questions qui peuvent se poser :
   - Quel est le bon ordre de grandeur ? Des Kg ? Des tonnes ? Des millions de tonnes ? Des milliards de tonnes ?
   - Quelle quantité de plastique est produite par l'humanité ?
   - Quelle quantité aboutit dans l'océan ?
   - Vous pouvez supposer (le pouvez-vous ?) que le plastique mal géré, non recyclé, ne provient que de la consommation personnelle, pas de l'industrie, vous pouvez donc essayer d'estimer la quantité de plastique qu'une personne consomme et multiplier par un certain nombre d'habitants.
   - Combien de personnes vivent dans les zones côtières ? Vous pouvez supposer que seuls les pays côtiers polluent les océans (le pouvez-vous ?).

   Pour chaque étape de la décomposition, vous pouvez essayer de faire une supposition ou essayer de trouver des informations en ligne.

   Gardez le débat ouvert. Le but est de faire discuter les élèves des grandeurs et de leurs relations. Après un certain temps, demandez-leur de parvenir à un consensus.

   Enfin, utilisez l'article de référence [4] pour donner une réponse d'expert: entre 4,8 et 12,7 millions de tonnes de débris plastiques ont été jetés dans l'océan en 2010, et on peut s'attendre à augmenter d'un ordre de grandeur (multiplier par 10) d'ici 2025 si aucune mesure n'est prise.

   Ouvrez un dernier tour de discussion sur les implications de la pollution des océans.

4. **Projet bonus**
   Proposez à vos élèves en tant que projet bonus une dernière estimation de Fermi pour laquelle ils peuvent enquêter par eux-mêmes (par exemple à la maison, avec des amis ou en famille), et qui ne peut pas être trouvée sur Internet. Par exemple, utilisez des sujets locaux, tels que: Quel est le bilan CO_2 de cette ville? Autrement dit, combien plus de CO_2 est émis dans l'atmosphère que ce qui est absorbé par les arbres?

Ressources

1. Dessin animé expliquant comment faire une estimation de Fermi en pratique :
   https://what-if.xkcd.com/84/

2. Article qui donne quelques conseils pour faire de bonnes estimations de Fermi :
   https://www.lesswrong.com/posts/PsEppdvgRisz5xAHG/fermi-estimates
   Vous pouvez vous entraîner à résoudre ces questions et d'autres, et aider vos élèves avec quelques conseils.
   Par exemple, l'article explique comment faire une estimation d'une amplitude à partir de deux bornes en utilisant la moyenne géométrique ou la moyenne géométrique approximative (AGM). Cela ajoutera du contenu mathématique supplémentaire à l'activité.

3. Exemples de questions de Fermi à utiliser à l'école (en général non liées aux sciences de la Terre) :
   https://www.teachertoolkit.co.uk/2017/04/28/fermi-questions/

4. Article de recherche qui étudie la quantité de plastique dans l'océan :
   Jambeck, J. R., Geyer, R., Wilcox, C., Siegler, T. R., Perryman, M., Andrady, A., Narayan, R., Law, K. L. (2015). *Plastic waste inputs from land into the ocean. Science, 347(6223), 768–771.* doi:10.1126/science.1260352

Créez et partagez !
Partagez vos questions, vos réflexions, vos discussions et vos résultats à l'aide des hashtags **#idm314earth** et **#idm314**.

Ressources supplémentaires :

1. Ressources pédagogiques sur les sciences du climat (project TROP-ICSU): https://climatescienceteaching.org
2. Simulateur du climat interactif : https://en-roads.climateinteractive.org/scenario.html
3. Blogue sur *Mathématiques de la planète Terre*: http://mpe.dimacs.rutgers.edu/blog/ (en)
4. Plus de problèmes de Fermi pour l'école : https://www.teachertoolkit.co.uk/2017/04/28/fermi-questions/
5. Ressources sur la façon de mener des discussions basées sur des questions à l'école
   a. The right question at the right time
   b. Inquiry based maths education (from the EU project FIBONACCI)

JOURNÉE INTERNATIONALE DES MATHÉMATIQUES 14 MARS

Partage équitable

Participants :

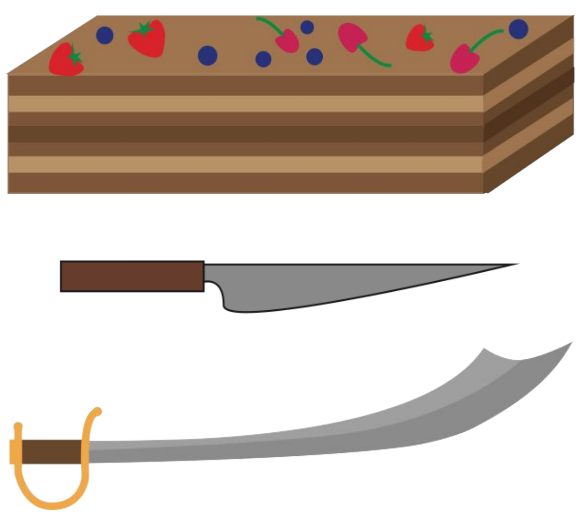
Age: 12 ans et plus. Groupes de 4-5 personnes.

Problématique :

Nous explorons différentes méthodes mathématiques pour répartir un gâteau entre plusieurs personnes, afin que chacune ait une part équitable. Dans la dernière activité, nous partageons des corvées au lieu de partager un gâteau. Bien que chacun souhaite avoir le moins de corvées possible (au lieu de la plus grande part du gâteau), nous pouvons les répartir équitablement avec une méthode similaire.

Préparatifs

Préparez des couteaux en carton, un sabre en carton et des gâteaux en carton pour chaque groupe ou, mieux encore, demandez aux groupes de les fabriquer. Les gâteaux ne doivent pas être homogènes ; les participants peuvent donc en préférer une partie.

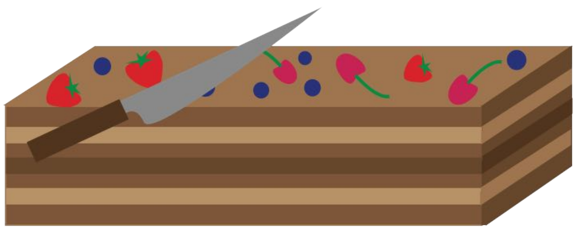


Activité 1 - Un partage sans jalousie d’un gâteau entre deux personnes

Le but est de partager un gâteau entre deux personnes afin qu'aucune n'envie la part reçue par l'autre.

- Demandez au groupe si quelqu'un peut penser à une stratégie pour y parvenir.

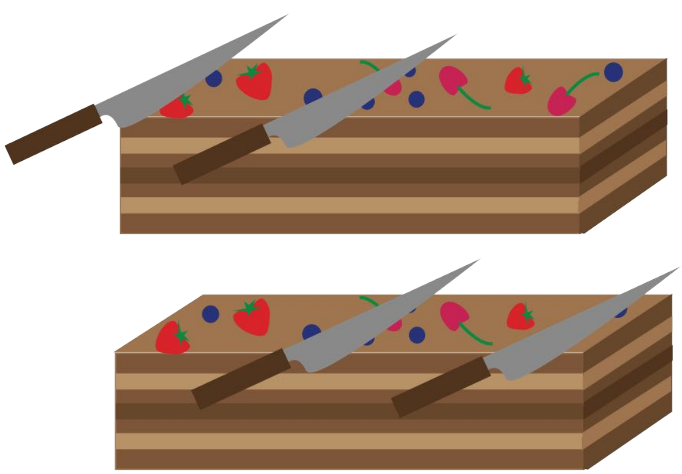
- Proposez la stratégie : "Je coupe, tu choisis" et essayez-la plusieurs fois avec deux participants. Supposons que Maryam coupe et que Caucher choisisse. Comment Maryam devrait-elle couper, pour ne pas envier Caucher ? Une telle division est appelée "sans jalousie".



- Discuter : Vaut-il mieux être la personne qui coupe ou celle qui choisit ?

- Puisqu'il vaut mieux choisir, Maryam propose d'affiner la stratégie précédente. Elle dit à Caucher : *“Je vais déplacer continûment de gauche à droite deux couteaux sur le gâteau. Quand tu me diras d'arrêter, je m'arrêterai et je couperai le gâteau en suivant la position des deux couteaux. Ensuite, je choisirai soit le morceau entre les deux couteaux, soit les deux embouts, et tu auras l'autre part".*

- Discutez : Comment Maryam doit-elle tenir ses couteaux ? Quand Caucher doit-il dire "stop" ?



- Si le groupe de participants ne trouve pas la stratégie, expliquez-la : Maryam devrait tenir ses deux couteaux pour être également heureuse avec n’importe laquelle des deux parts. Caucher devrait dire "Stop !" lorsqu'il est également satisfait des deux parts.

- Mais pourquoi sommes-nous sûrs qu'il y aura au moins un moment où Caucher sera aussi heureux avec n'importe laquelle des deux parts ? Si les participants ne trouvent pas d'explication, proposez et discutez celle qui suit.

- Voici l'explication de la raison pour laquelle il y a au moins un moment où Caucher sera également satisfait des deux parts. Au début, un couteau se trouve sur le bord gauche du gâteau, et l'autre divise le gâteau en deux parts. Supposons que Caucher préfère le morceau de droite (qui est la part "en dehors des couteaux"). À l'autre bout, lorsqu'un couteau se trouve sur le bord droit, le même morceau préféré se trouve maintenant entre les couteaux. De plus, il y a eu un mouvement continu des couteaux dans lequel, au début, Caucher préférait la part à l'extérieur des couteaux, tandis qu'à la fin, il préférait la part entre les couteaux. Ainsi, entre les deux, on est passé par une position où les deux parts ont égale valeur pour lui (c'est une application du théorème de la valeur intermédiaire).

- Nous appelons une telle répartition "équitable" parce que, autant pour Maryam que pour Caucher, les deux parts ont égale valeur pour eux. Une division équitable est sans jalousie, mais l'inverse peut ne pas être le cas.

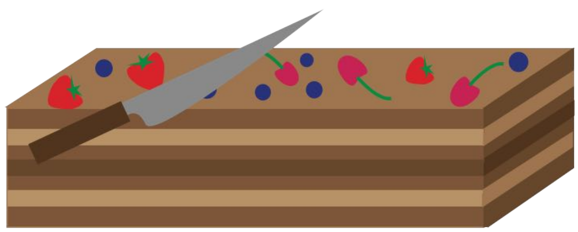
Activité 2 - Une répartition proportionnelle du gâteau entre n personnes

Ici l'objectif est que chaque participant reçoive une part qu'il estime à au moins 1/n du gâteau complet.

- Demandez si quelqu'un veut proposer une méthode.

- Voici une méthode : Le couteau est maintenant dans la main d'un médiateur, qui le déplace de gauche à droite. Dès qu'un participant dit "stop !", le médiateur s'arrête et coupe le gâteau en suivant la position du couteau. Le participant qui a dit "Stop !" reçoit le morceau à gauche du couteau.

- Ensuite, le médiateur recommence à déplacer le couteau sur le morceau de gâteau restant jusqu'à ce qu'un deuxième participant dise "Stop ! Ce participant reçoit le nouveau morceau à gauche du couteau, et ainsi de suite. Le dernier participant (qui n'a jamais dit "Stop !") reçoit le dernier morceau restant.



- Essayez cette méthode plusieurs fois avec l'ensemble du groupe : le médiateur doit déplacer le couteau très, très, très lentement pour que les participants aient le temps de décider de leur stratégie. Certains participants ont-ils l'impression d'avoir reçu un morceau qui est inférieur à leur part d'1/n de l'ensemble du gâteau ? Si oui, comment peuvent-ils modifier leur stratégie ?

- Voici une stratégie de répartition proportionnelle : chaque participant dit "Stop !" dès qu'il constate que la valeur à gauche du couteau vaut pour lui au moins 1/n de la valeur totale du gâteau. Expliquez pourquoi cette stratégie garantit que chaque participant recevra un morceau qu'il estime valoir au moins 1/n de la valeur totale du gâteau.

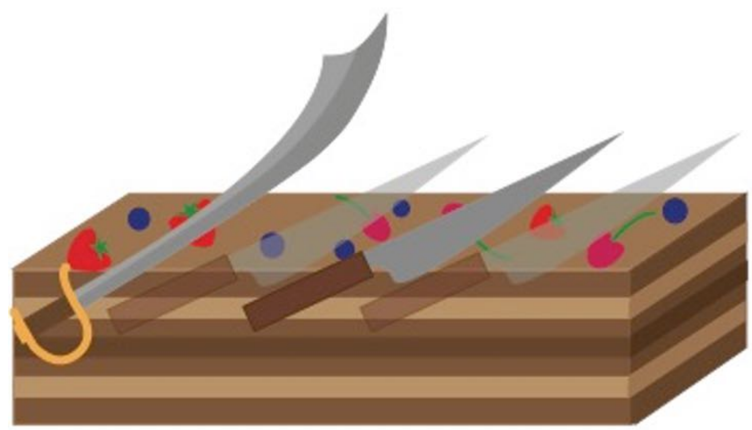
- Notez que cette stratégie n'est pas sans jalousie. Pourquoi ne l'est-elle pas ?

Activité 3 - Un partage du gâteau sans jalousie entre 3 personnes

L'objectif est maintenant de diviser le gâteau de manière à ce qu'aucun participant n'envie les morceaux de gâteau reçus par les deux autres.

- Demandez si quelqu'un veut proposer une stratégie.

- Voici une stratégie : Le médiateur tient un sabre et le déplace de gauche à droite. En même temps, chaque participant déplace un couteau sur le côté droit du sabre. Dès qu'un participant dit "Stop !", tout le monde arrête de bouger son couteau. Le gâteau est coupé en deux endroits : aux positions du sabre et du couteau du milieu. Le participant qui a dit "Stop !" reçoit le morceau à gauche du sabre. Parmi les deux participants restants, celui dont le couteau est le plus à droite reçoit le morceau de droite, et le participant restant reçoit le morceau du milieu.



- Essayez cette méthode à plusieurs reprises avec différents membres jouant le rôle de médiateur. Le médiateur doit déplacer le sabre très, très lentement afin que les participants aient le temps de décider de leur stratégie. Certains participants envient-ils la part d'un autre participant ? Quelqu'un souhaite-t-il proposer une stratégie pour la façon dont chaque participant doit déplacer son couteau ?

- Voici une stratégie pour une division sans jalousie :
    - Chaque participant tient son couteau de façon à ce que les deux parts qu'il délimite, à droite du sabre, aient la même valeur pour lui.
    - Appelons "participant 1" celui dont le couteau est le plus à gauche, "participant 2" celui dont le couteau est au milieu, et "participant 3" celui dont le couteau est le plus à droite.
    - Le participant 1 dit "Stop !" lorsqu'il constate que le morceau de gauche a la même valeur pour lui que le morceau du milieu.
    - Le participant 2 dit "Stop !" lorsque les trois parts ont la même valeur pour lui.
    - Le participant 3 dit "Stop !" lorsqu'il constate que la valeur de la part de gauche est la même que celle de la part de droite.

- Discutez des raisons pour lesquelles cette stratégie est sans jalousie. Prenez le point de vue de chaque participant et expliquez pourquoi aucun participant n'envie la part des autres.

Activité 4 - Une répartition des corvées sans jalousie entre 3 personnes

Si nous mettons les corvées dans une grille, nous pouvons les répartir comme un gâteau. Dans ce cas, chaque participant voudra obtenir une portion aussi petite que possible. Notre objectif est alors qu'aucun participant n'envie la part de corvées des autres.

- Ce problème est analogue à celui de l'activité 3, et nous pouvons en tirer une stratégie. Quelqu'un a-t-il une idée ?

- Voici une stratégie. Le médiateur tient maintenant un sabre et le déplace de gauche à droite. En même temps, chaque personne déplace un couteau à droite du sabre. Dès qu'un participant dit "Stop !", tout le monde arrête de bouger son couteau. La grille est coupée en deux endroits : aux positions du sabre et du couteau du milieu. Le participant qui a dit "Stop !" reçoit la portion la plus à droite. Parmi les deux autres participants, celui dont le couteau est le plus à droite reçoit la portion du milieu, et le dernier reçoit la portion de gauche.

Nettoyer les vitres	**Faire le lavage**	**Faire la cuisine**	**Repasser**
Laver les planchers	**Faire la vaisselle**	**Sortir les ordures**	**Nourrir le chat**
Passer l'aspirateur	**Arroser les plantes**	**Mettre le couvert**	**Faire l'épicerie**
Nettoyer la salle de bains	**Tondre le gazon**	**Balayer**	**Recycler**

- Essayez cette méthode à plusieurs reprises avec différents membres jouant le rôle de médiateur. Le médiateur doit déplacer le sabre très lentement afin que les participants aient le temps de décider de leur stratégie. Certains participants envient-ils la part d'un autre participant

? Quelqu'un souhaite-t-il proposer une stratégie pour la façon dont chaque participant doit déplacer son couteau ?

- Voici une stratégie pour une répartition des corvées sans jalousie :
    - Tous les participants tiennent leur couteau de manière à ce que la portion la plus à gauche ait la même valeur, pour eux, que la portion située entre le sabre et leur propre couteau.
    - Appelons "participant 1" celui dont le couteau est le plus à gauche, "participant 2" celui dont le couteau est au milieu, et "participant 3" celui dont le couteau est le plus à droite.
    - Le participant 1 dit "Stop !" dès qu'il constate que la valeur de la portion de gauche a la même valeur pour lui que celle de la portion de droite.
    - Le participant 2 dit "Stop !" lorsque les trois portions ont la même valeur pour lui.
    - Le participant 3 dit "Stop !" dès qu'il constate que la valeur de la portion du milieu est, pour lui, la même que celle de la portion de droite.

- Discutez des raisons pour lesquelles cette stratégie est sans jalousie. Prenez le point de vue de chaque participant et expliquez pourquoi aucun participant n'envie la part des autres.

Créez et partagez !
Partagez des photos et des vidéos de l'activité ou des stratégies proposées par le groupe, en utilisant le hashtag **#idm314**.

Approfondissez le sujet avec quelques vidéos :

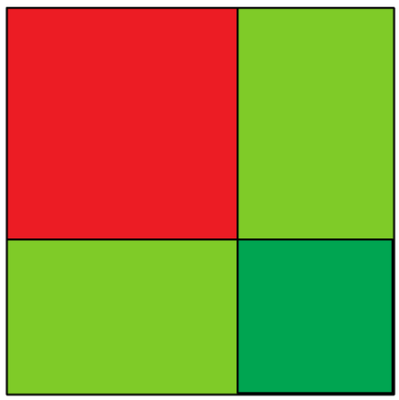
- See a different method to share a cake between three people, explained by Hannah Fry in a Numberphile video.
- Math Encounters - Fair Division: How to Cut Cakes (and other things) Fairly. Un exposé sur la répartition équitable par le professeur Francis Su au musée MoMath.

ACTIVITÉ
Preuves sans mots

Voici quelques preuves sans mots qui peuvent être discutées en classe. Le titre est ce qu'on veut prouver. Le dessin en est la preuve.

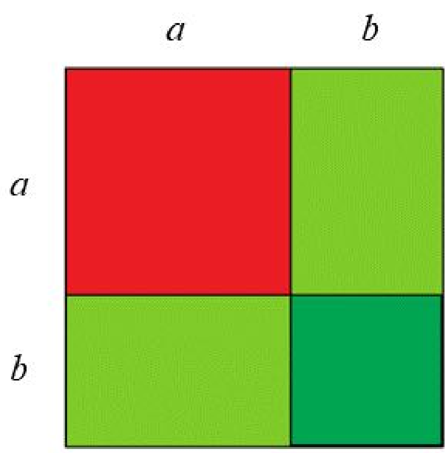
PREUVE 1

Identité remarquable : $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$



Consignes :
- Donner la formule et le dessin.
- Laisser les élèves réfléchir en groupes.
- Demander si certains élèves veulent expliquer la preuve devant la classe.

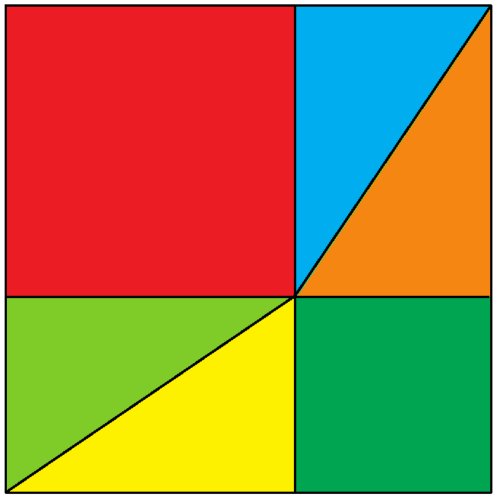
Solution



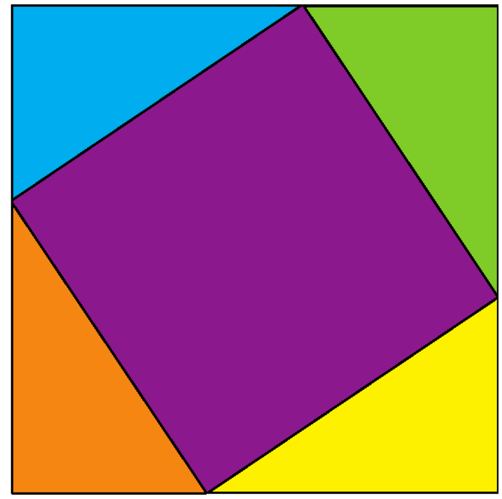
L'aire du grand carré, de côté *(a+b)*, est la somme des aires des quatre carrés et rectangles colorés.

PREUVE 2

Théorème de Pythagore : $a^2 + b^2 = c^2$



$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

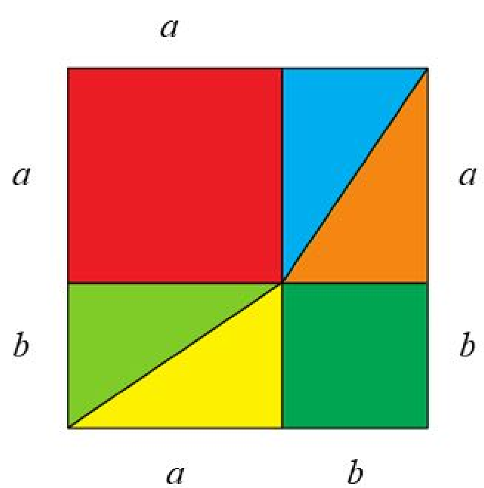


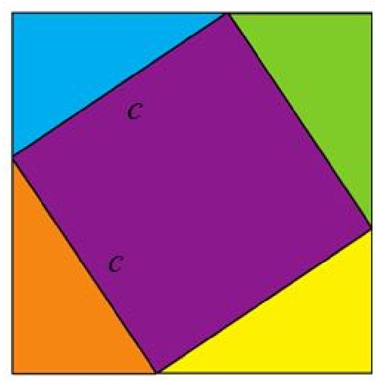
$(a + b)^2 = c^2 + 2ab$

Consignes :

- Donner la formule et le dessin.
- Laisser les élèves réfléchir en groupes.
- Demander si certains élèves veulent expliquer la preuve devant la classe.

Solution



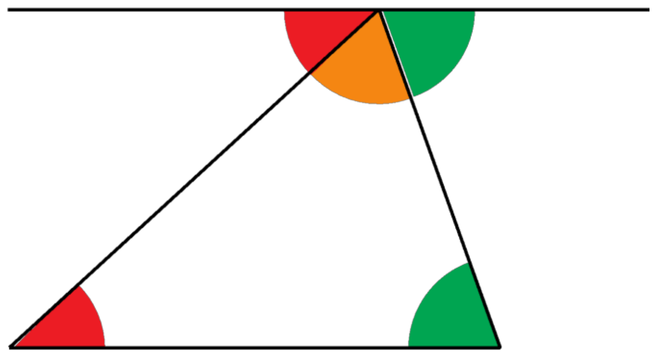


Les 2 figures forment un même carré de côté *(a+b)*. Dans le carré de gauche, le grand carré rouge = *a²* et petit carré vert = *b²*. Les 2 rectangles vert/jaune et bleu/orange ont la même aire, soit *ab.* L'ensemble des carrés vert et rouge dans la figure de gauche a la même aire que le carré mauve de la figure de droite, soit *(a²+b²)* pour la figure de gauche et *c²* pour la figure de droite.

À lire : [Encore une preuve du théorème de Pythagore]

En animé : https://mathsamodeler.ujf-grenoble.fr/LAVALISE/Preuvessansmot/pyt.htm

PREUVE 3

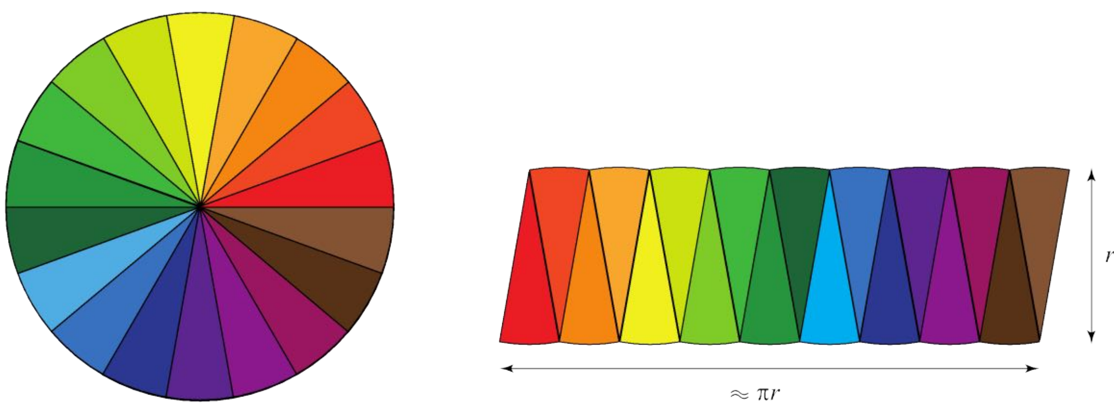


Consigne : Il n'y a pas de titre ! Demander aux élèves d'essayer de deviner ce qui est prouvé.

Solution
C'est la preuve que la somme des angles d'un triangle vaut 180°.

PREUVE 4

$$A = \pi r^2$$



Consigne : Demander aux élèves d'essayer de deviner ce qui est prouvé.

Solution
C'est un argument heuristique : l'aire d'un cercle est donnée par son rayon multiplié par la moitié de sa circonférence. Il faut alors discuter le fait que c'est une manière équivalente de calculer l'aire d'un cercle.

POUR FAIRE AIMER LES MATHÉMATIQUES

Les mathématiques pour comprendre l'Univers

« Sans les mathématiques, impossible de découvrir les lois fondamentales qui nous permettent de comprendre comment fonctionnent les étoiles ou pourquoi les planètes tournent autour de ces dernières. Impossible aussi d'aller au-delà de ce que nos sens nous révèlent. Cette science amplifie nos sens et notre intelligence ! »

ROBERT LAMONTAGNE
astronome
et astrophysicien

« Je suis un peu *nerd* et je compte tout. Par exemple, je ne peux pas m'empêcher de calculer la distance d'un orage en comptant le temps qui s'écoule entre l'éclair et le tonnerre. »

PORTRAIT

Ce qui m'intéresse ? L'astrobiologie ! L'objectif est de comprendre l'origine et l'évolution de la vie dans l'Univers. J'ai étudié plus particulièrement les caractéristiques des exoplanètes afin de découvrir celles sur lesquelles la vie pourrait apparaître.

Les mathématiques jouent un rôle crucial en astronomie et en astrophysique. Elles permettent de mesurer les propriétés des étoiles et des planètes, telles que leur masse, leur distance, leur température ou leur composition chimique. Elles sont non seulement nécessaires pour étudier l'Univers, mais elles permettent aussi de concevoir et de fabriquer les instruments requis pour observer et mesurer le cosmos. Qu'il s'agisse d'instruments comme les télescopes terrestres ou spatiaux,– tel le nouveau télescope James-Webb ou des capteurs numériques ultraprécis, comme les caméras ou les spectrographes – les concepteurs et conceptrices de ces instruments doivent maîtriser les mathématiques.

SON NOMBRE PRÉFÉRÉ

100 000 000 000 000 000 000 000 000 000

Cent milliards de milliards de milliards (1 suivi de 29 zéros) ! C'est le nombre moyen de particules dans un être humain. Oui, nous sommes tous formés d'un assemblage d'autant de particules, toutes créées il y a environ 14 milliards d'années, quelques fractions de secondes après le Big bang !

ACTIVITÉ

Nombres astronomiques

Dans le cosmos, les distances sont tellement grandes que notre cerveau peine à les imaginer. Pour y parvenir, il n'y a rien de tel que de concevoir un modèle à l'échelle. Imaginez que l'on remplace le Soleil par un ballon de basketball. En utilisant cet étalon, je vous donne le défi de calculer le diamètre qu'aurait la Terre et de trouver un objet qui lui correspondrait. Et puis, à quelle distance vous devez placer cet objet du ballon ? Trouvez les tailles et les distances des autres planètes du système solaire, et complétez votre modèle à l'échelle. Pour les plus audacieux et audacieuses, calculez à quelle distance vous devriez placer le prochain ballon, c'est-à-dire Alpha du Centaure, l'étoile la plus proche du Soleil.

Bonne chance !

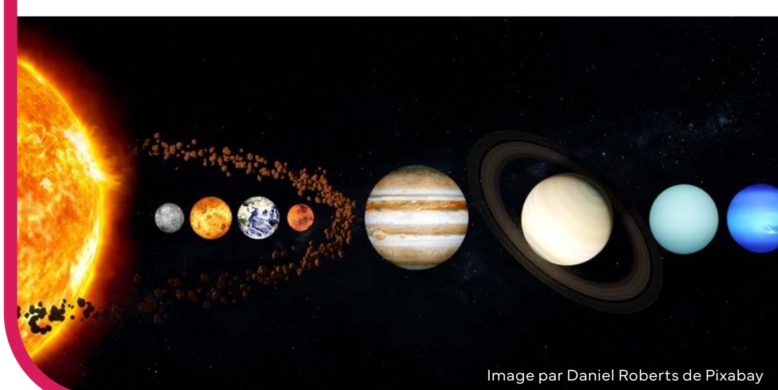


Image par Daniel Roberts de Pixabay

Science pour tous ! CRSNG NSERC Québec

POUR FAIRE AIMER LES MATHÉMATIQUES

LES MATHÉMATIQUES POUR COMPRENDRE L'UNIVERS

ACTIVITÉ
Nombres astronomiques

Le cosmos est assurément le domaine des nombres astronomiques. À titre d'exemple, le diamètre de la Terre est de 12 742 km, celui du Soleil 1 392 700 km et la distance entre la Terre et le Soleil est 150 000 000 km (plus précisément 149 597 871 km). Ces nombres sont tellement grands que notre cerveau peine à les imaginer.

Pour y parvenir, il n'y a rien de tel que de concevoir un modèle à l'échelle. Je vous propose donc de le faire en utilisant un ballon de basketball ! Imaginez que le Soleil est remplacé par un ballon de basketball dont le diamètre fait 25 cm (soit 0,25 m). En utilisant cet étalon, calculer le diamètre qu'aurait la Terre et trouver un objet qui lui correspondrait. Ensuite, calculer à quelle distance vous devrez placer cet objet (Terre) du ballon de basketball.

En faisant des recherches sur Internet, trouvez les tailles et les distances des autres planètes du système solaire et complétez votre modèle à l'échelle. Pour les plus audacieux et audacieuses, trouvez à quelle distance vous devriez placer le prochain ballon de basketball, c'est-à-dire Alpha du Centaure, l'étoile la plus proche du Soleil. Bonne chance !

Solution

Quelques solutions sont regroupées dans ce tableau, pour partir du bon pied. À vous de trouver les autres !

Position	Astre	Taille réelle	Taille convertie	Équivalent	Distance réelle	Distance convertie
0	Soleil		25 cm	Ballon de basketball	–	–
3	Terre		2,3 mm	Pois vert		26,7 m
5	Jupiter		25 mm	Balle de golf		139 m
8	Neptune		9 mm	Bille		800 m
–	Alpha du Centaure		25 cm	Ballon de basketball		7 240 km

POUR FAIRE AIMER LES MATHÉMATIQUES

Les mathématiques pour compter les années

ÉLIZABETH SIMARD
technicienne en bioécologie à Exploramer

« Déterminer l'âge d'un organisme marin, ce sont des mathématiques simples, mais essentielles en sciences. »

PORTRAIT

Avez-vous déjà chanté « Bonne fête » à votre poisson? Probablement pas. Pourtant, tous les animaux vieillissent. Dans le monde de la biologie, on ne peut pas connaître l'âge de toutes les espèces de la même façon. Alors, qu'est-ce qu'ont en commun l'opercule d'un buccin, les écailles d'un éperlan ainsi que les otolithes d'un poulamon? Ce sont trois structures qui nous permettent d'estimer l'âge des animaux en comptant les lignes de croissance.

À Exploramer, au sein de notre équipe d'interprétation, les mathématiques font partie intégrante de notre quotidien. Compter les crabes dans nos casiers, dénombrer les poissons dans notre filet de pêche, comparer les températures de l'eau au travers de la saison… Les maths sont partout!

ACTIVITÉ

Quel âge as-tu?

Buccin, morue franche, éperlan arc-en-ciel… Comment calculer leur âge? La réponse se trouve dans les écailles, les opercules ou les otolithes de poissons, ou encore dans les cernes de croissance, annuels ou saisonniers des coquillages. En analysant des photos d'organismes marins, estimons leur âge.

Image par Teodor de Pixabay

NOMBRE RECORD

507 ans

C'est l'âge du plus vieux mollusque bivalve connu! Cette palourde *Arctica islandica*, pêchée en Islande, détient le record absolu de longévité dans le monde animal. Le coquillage a été surnommé Ming d'après le nom de la dynastie qui régnait lorsque lorsqu'il est né.

Science pour tous! · CRSNG NSERC · Québec

POUR FAIRE AIMER LES MATHÉMATIQUES

Les mathématiques, pour nous faciliter la vie

SOPHIE MALAVOY
communicatrice et formatrice en vulgarisation scientifique.

« J'aime beaucoup les devinettes mathématiques qui me font réaliser à quel point nos conceptions peuvent être erronées. »

PORTRAIT

Pendant mes études en génie, j'ai dû faire beaucoup de mathématiques. Celles-ci m'ont beaucoup servi quand je travaillais comme associée professionnelle de recherche à l'École polytechnique de Montréal. Elles me servent encore à l'occasion, même si je travaille depuis plus de 35 ans à vulgariser la science pour la rendre accessible à tous et à toutes. Dans mon souvenir, les mathématiques étaient un jeu et faire les exercices revenait à résoudre des énigmes. J'aimais et j'aime toujours ce langage qui permet de décrire et de deviner le monde qui nous entoure avec des équations. Elles sont bien pratiques et nous permettent de sauver bien des efforts inutiles.

SYMBOLE MATHÉMATIQUE PRÉFÉRÉ

L'infini ! Le fait qu'il existe une infinité d'infinis, et surtout des infinis plus grands que d'autres, me fascine et m'étourdit même. L'infini, c'est l'immensité sans fin devant lequel je me sens toute petite.

ACTIVITÉ

Mesurer la hauteur d'un arbre sans se fatiguer

Pas besoin de prendre une échelle pour mesurer la hauteur d'un arbre (ou de n'importe quel élément). Un brillant savant nommé Thalès de Milet, qui a vécu en Grèce six siècles avant Jésus Christ, a trouvé une astuce géométrique connue sous le nom de Théorème de Thalès. Laquelle? Prenons un arbre dans une cour par une belle journée ensoleillée. Imagine-toi face à l'arbre, debout à l'endroit où se termine son ombre. Tu demandes alors à un ami ou une amie de marcher en direction de l'arbre jusqu'à ce que l'ombre de sa tête arrive à la limite de l'ombre de l'arbre, soit à tes pieds. Il te suffit alors de connaître la taille de ton ami ou amie, la distance entre vous, ainsi que celle entre toi et l'arbre pour connaître la hauteur de l'arbre.

Image par David Mark de Pixabay

Science pour tous! · CRSNG NSERC · Québec

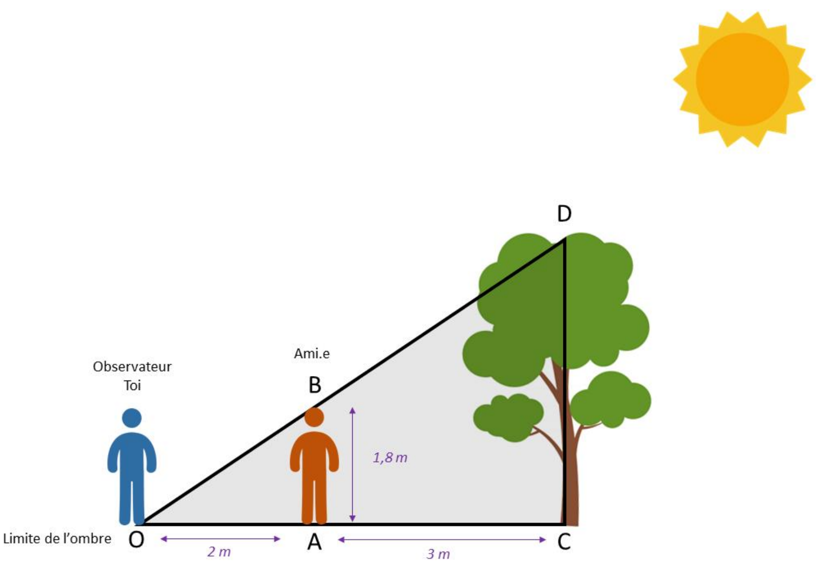
POUR FAIRE AIMER LES MATHÉMATIQUES

LES MATHÉMATIQUES POUR SE FACILITER LA VIE

ACTIVITÉ
Mesurer la hauteur d'un arbre sans se fatiguer

Pas besoin de prendre une échelle pour mesurer la hauteur d'un arbre (ou de n'importe quel élément). Un brillant savant nommé Thalès de Milet, qui a vécu en Grèce six siècles avant Jésus Christ, a trouvé une astuce géométrique connue sous le nom de Théorème de Thalès. Laquelle ? Prenons un arbre dans une cour par une belle journée ensoleillée. Imagine-toi face à l'arbre, debout à l'endroit où se termine son ombre. Tu demandes alors à un ami ou amie de marcher en direction de l'arbre jusqu'à ce que l'ombre de sa tête arrive à la limite de l'ombre de l'arbre, soit à tes pieds. Il te suffit alors de connaître la taille de ton ami.e, la distance entre vous, ainsi que celle entre toi et l'arbre pour connaître la hauteur de l'arbre.

Disons que ton ami.e mesure 1,80 m, qu'il ou elle se trouve à 2 m de toi et que l'arbre est à 5 m. Quelle est la hauteur H de l'arbre ?



Solution

Selon le théorème de Thalès :
OA/OC= AB/CD
Donc 2/5 = 1,80/H
H = 5 X 1,80/2 = 4,5 m
La hauteur de l'arbre est de 4,5 mètres.

POUR FAIRE AIMER LES MATHÉMATIQUES

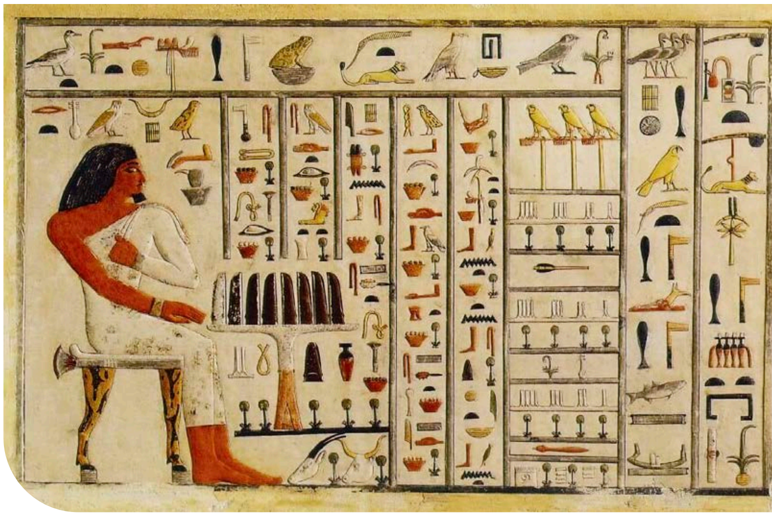
Les mathématiques, un pilier de la science moderne

« Les mathématiques sont incontournables pour répondre à de nombreuses questions et surtout gérer les sociétés complexes ! »

YVES GINGRAS
historien et sociologue des sciences

LEÇON D'HISTOIRE

À l'origine, les mathématiques constituent une sorte de technique de gestion des quantités trop nombreuses pour que la mémoire suffise à les retenir et à les combiner. Quand on gère 3 ou 4 moutons, ou 2 bœufs, pas besoin de notation de chiffres ni d'opérations compliquées de multiplication ou de division. Mais quand les sociétés complexes se développent comme celles de Mésopotamie et d'Égypte il y a 5000 ans, les besoins de comptabilité deviennent trop importants et nécessitent de développer une écriture et des méthodes de calcul. Il faut des scribes pour gérer ces besoins grâce à l'arithmétique et la géométrie. Se développent alors des techniques de plus en plus complexes pour calculer combien de poissons il faut pour nourrir 1000 travailleurs par jour pendant une semaine, ou pour calculer le volume d'une pyramide ou le nombre de briques de dimensions données pour couvrir une certaine surface.
Les mathématiques sont devenues, au fil du temps, un pilier de la science moderne.



ACTIVITÉ

Un jour, vers l'âge de dix ans je crois, je regardais le téléphone et constatais que nos numéros ne comportaient que 7 chiffres. Je me demandais alors combien on pouvait avoir de numéros de téléphone différents. Mon intuition me disait que ce nombre devait être limité, car on avait seulement 10 chiffres à utiliser (de 0 à 9). Cela pouvait-il suffire à offrir un numéro de téléphone à toutes les familles du Québec ? Auparavant, combien de numéros de téléphone pouvait-on créer avec ces 7 chiffres ? Et aujourd'hui ?

Image par Alexander Lesnitsky de Pixabay

Science pour tous! CRSNG NSERC Québec

ACTIVITÉ
Numéros de téléphone

Un jour, vers l'âge de dix ans je crois, je regardais le numéro de téléphone et je constatais qu'il ne comportait que 7 chiffres. Je me demandais alors combien on pouvait avoir de numéros de téléphone différents. Mon intuition me disait que ce nombre devait être limité, car on avait seulement 10 chiffres à utiliser (de 0 à 9). Cela pouvait-il suffire pour offrir un téléphone à toutes les familles du Québec ?

Alors, auparavant, combien de numéros de téléphone pouvait-on créer avec ces 7 chiffres ? Et aujourd'hui ?

Solution

Rendu au CÉGEP, j'ai enfin découvert que la réponse à ma question était fournie par la branche des mathématiques nommée « combinatoire », qui démontre que si on a seulement 7 chiffres pour composer un numéro (les répétitions sont permises), alors on peut en composer seulement 10^7, si on inclut tous les cas possibles y compris les plus curieux comme 0000000, 1111111, ... jusqu'à 9999999. Mais comme on évite probablement ces numéros, il en reste sûrement moins. Avec la diffusion des téléphones, on a ajouté des indicatifs régionaux qui permettent en principe de reprendre les mêmes numéros dans une autre région. L'indicatif régional ayant trois chiffres, on augmente les combinaisons possibles à 10^{10}… On peut ainsi se poser des tonnes de questions différentes et trouver la formule mathématique pour y répondre.

<u>Quelques indications pour vous aider à calculer :</u>

1. **<u>Avant 2006 :</u>**
   Les numéros de téléphone sont composés de 7 chiffres* et identifiés comme NXX-XXX (ex : 555-1234), où :
   - N prend une valeur entre 2 et 9, et X entre 0 et 9.
   - NXX = on a donc : 10^8 x 10^{10} x 10^{10} = 800 possibilités, mais on doit déduire les 222, 333, …, 999, donc 8 combinaisons. 800 - 8 = 792 possibilités.
   - XXX = on a donc : 10^{10} x 10^{10} x 10^{10}= 1 000 possibilités

- NXX-XXX = Chaque NXX possède 792 préfixes et chaque numéro de téléphone possède 10 000 combinaisons possibles. Alors, théoriquement, il y a 792 x 1000 = 7 920 000 numéros de téléphone pour chaque région. En réalité, étant donné que les opérateurs ont besoin de numéros de test et d'autres codes, tous les numéros de téléphone ne sont pas utilisés.

2. **Depuis 2006**
   Depuis 2006, il faut composer l'indicatif régional pour appeler (appelé NPA). Les numéros de téléphones ont donc ce format : NPA-NXX-XXXX.
   Lorsque les préfixes de numéro NPA-NXX sont épuisés, un nouvel indicatif régional est nécessaire. Au Québec, avec les récents ajouts, on comptera 12 indicatifs régionaux*. Outre le 514/438/263, le 450/579/354 et le 819/873/468, le 367 s'est ajouté récemment au 418/581 dans l'est du Québec. On estime que d'ici 2042, nous serons à court d'indicatifs régionaux utilisables. Actuellement, tout est fait pour conserver et optimiser les nombres utilisés afin de retarder ce fait inévitable.

   Cependant, il existe certaines restrictions imposées aux indicatifs :
   - L'indicatif régional commence par un chiffre compris entre 2 et 9
   - Un indicatif régional ou un numéro de téléphone ne peut pas commencer par un 0, car la composition du zéro est traditionnellement réservée à la connexion avec l'opérateur téléphonique.
   - Un indicatif régional ne peut pas commencer par un 1, car il est réservé pour indiquer qu'un indicatif régional est sur le point d'être composé.
   - Les NPA ou NXX = N11 ne peuvent pas être utilisés non plus. Le 911 est réservé aux appels d'urgence, le 611 est réservé à la compagnie de téléphone et le 411 est réservé aux informations ou à l'assistance-annuaire locale.

   Dans le format NPA-NXX-XXX, pour chaque NPA, il y a huit millions de numéros de téléphone possibles (nombre de combinaisons de NXX-XXX calculé au point 2.). Cependant, environ 50 000 d'entre eux ne sont pas utilisables pour diverses raisons (comme ceux dont le NXX = 555, utilisés seulement au cinéma, ou les NXX = N11, réservés*). Cela laisse environ 7,5 millions de numéros disponibles pour chaque indicatif régional. Si l'on multiplie par 12, soit le nombre d'indicatif au Québec, on estime à 90 millions de numéros de téléphone dans la province.

---

* Pour en savoir plus :

- Fini, les numéros à sept chiffres | Radio-Canada.ca
- De nouveaux indicatifs régionaux créés pour différentes régions du Québec | Radio-Canada.ca
- What's the 411 on Canada's new area codes? | CBC News
- 555 (numéro de téléphone) — Wikipédia

POUR FAIRE AIMER LES MATHÉMATIQUES

Les maths antiques

©Émilie Tournevache, UQAM

PIERRE CHASTENAY
astronome

LES MATHÉMATIQUES, À L'AUBE DES DÉCOUVERTES SCIENTIFIQUES

Dans un article paru en 1960 sous le titre *The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences*, le physicien Eugene Wigner remarquait que les percées en mathématiques ont souvent précédé les découvertes scientifiques. Elles ont ensuite permis de les formaliser, un peu comme si l'essence même des lois de la nature et des mécanismes à l'œuvre dans le monde naturel « existaient » déjà dans les abstractions mathématiques. Wigner concluait son article en écrivant : « l'énorme utilité des mathématiques dans les sciences naturelles est quelque chose qui frise le mystère et il n'y a pas d'explication rationnelle à cela. » Soixante ans plus tard, ces mots sont toujours vrais...

Image par Daniel Roberts de Pixabay

SON NOMBRE PRÉFÉRÉ

1

Il n'y a, à l'heure actuelle, qu'une seule planète dans tout l'Univers sur laquelle nous savons que la vie existe, la Terre. Soit ce nombre est appelé à augmenter, signalant que l'Univers foisonne de vie, soit il restera inchangé, nous laissant à jamais seuls dans le cosmos. Les deux possibilités donnent le vertige.

ACTIVITÉ

1 **L'inaccessible étoile** (niveau avancé)
Avec peu de moyens techniques, les astronomes grecs de l'Antiquité ont mesuré le diamètre de la Terre, la distance Terre-Lune et ont estimé la distance Terre-Soleil. La théorie héliocentrique, puis l'invention du télescope, ont permis de poursuivre sur cette lancée. Explorons les relations trigonométriques, la triangulation et l'unité astronomique.

2 **Mesurer l'Univers** (niveau avancé)
Mesurer la taille des objets qui nous entourent ou la distance qui nous en sépare est un jeu d'enfant. Mais, lorsqu'il est question de mesurer les distances entre les astres et la taille de ceux-ci, le défi est de taille. Des générations de savants l'ont relevé avec brio. Grâce aux angles, mesurons les distances de la Terre au Soleil et à la Lune, ainsi que la circonférence de la Terre.

3 **Un peu plus loin !** (niveau avancé)
La spectroscopie permet d'aller plus loin et de déterminer la distance des étoiles trop éloignéespour avoir une parallaxe mesurable. Explorons la photométrie et la spectroscopie.

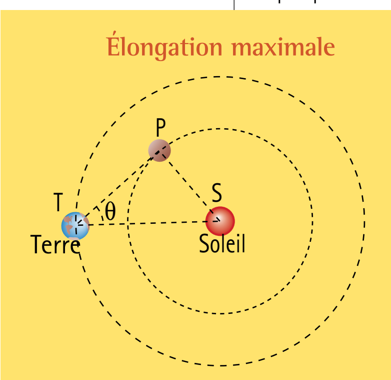
Avec peu de moyens techniques, les astronomes grecs de l'antiquité ont mesuré le diamètre de la Terre, la distance Terre-Lune et estimé la distance Terre-Soleil[1]. La théorie héliocentrique, puis l'invention du télescope, ont permis de poursuivre sur cette lancée.

L'inaccessible étoile

Pierre Chastenay
Astronome
Planétarium de Montréal

Distance aux planètes

En se fondant sur sa théorie héliocentrique, qui place le Soleil au centre, Nicolas Copernic a proposé d'étudier les élongations maximales des planètes Mercure et Vénus, dont l'orbite est inscrite à l'intérieur de l'orbite terrestre (on parle alors de *planètes inférieures*) pour déterminer la taille de leur orbite.



Une planète inférieure P est en élongation maximale lorsque, vue de la Terre, la distance angulaire θ la séparant du Soleil est maximale. L'angle SPT est alors un angle droit, ce qui permet d'utiliser le théorème de Pythagore pour déterminer la distance $\overline{PS}$ (le dessin de gauche n'est pas à l'échelle).

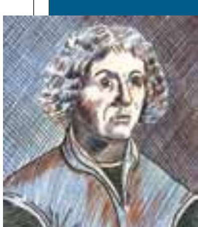
Dans une telle situation, on peut écrire la relation trigonométrique suivante :

$$\sin\theta = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}} = \frac{\overline{PS}}{\overline{TS}},$$

d'où : $$\overline{PS} = \overline{TS}\sin\theta.$$

Notons que cette relation donne le rayon de l'orbite de la planète P en fonction du rayon de l'orbite terrestre, et non en valeur absolue. Malheureusement, on ne connaissait pas encore à l'époque une façon de mesurer la distance Terre-Soleil avec plus de précision que celle obtenue par Aristarque de Samos au III^e siècle avant notre ère[1]. On créa donc une unité arbitraire, l'unité astronomique (ua), représentant la distance Terre-Soleil. Avec les valeurs d'élongations maximales de Mercure et Vénus valant respectivement 24° et 44°, les astronomes de l'époque déterminèrent que ces planètes se trouvaient à 0,4 ua et 0,7 ua du Soleil.

1. *Voir l'article* Mesurer l'Univers *dans Accromath, vol. 4, hiver-printemps 2009*



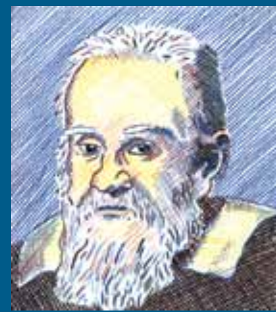
Nicolas Copernic (1473-1543)

Nicolas Copernic est né le 19 février 1473 à Torun en Pologne et est mort le 24 mai 1543 à Frombork (Frauenburg) en Pologne.

En 1495, il partit étudier en Italie aux universités de Bologne et de Padoue. Il y étudia la médecine, les mathématiques, le grec, le droit canon et fut élève et assistant de l'astronome Domenico Maria Novara (1454-1504). C'est à Bologne qu'il fit sa première observation astronomique, le 9 mars 1497. De retour en Pologne, il y pratiqua la médecine durant quelques années même si son occupation principale, comme chanoine, était reliée à sa formation en droit canon.

Copernic attendit jusqu'à la fin de sa vie avant de publier son ouvrage majeur, ***De Revolutionibus Orbium Coelestium***, de peur des réactions hostiles du clergé catholique à son système héliocentrique, jugé hérétique à l'époque. Bien que l'héliocentrisme ait fait quelques adeptes dès la publication de l'ouvrage, ce sont les observations d'un autre grand savant, l'astronome italien Galileo Galilei, qui ébranlèrent véritablement et pour toujours les fondations du géocentrisme.

Galileo Galilei (1564-1642)



En décembre 1609, Galilée construisit une lunette d'approche qu'il s'empressa de pointer vers le ciel : il découvrit alors des montagnes et des cratères sur la Lune, de curieuses excroissances de part et d'autre de Saturne (Galilée ne saura jamais qu'il s'agit d'anneaux ceinturant la planète), des satellites autour de Jupiter, les phases de Vénus et d'innombrables étoiles dans la Voie lactée. Ces découvertes confirmèrent que le système de Copernic, dans lequel les planètes tournent autour du Soleil, correspondait vraiment à la réalité des observations. Ces observations ont joué un rôle important dans l'adoption du modèle héliocentrique et le rejet du système géocentrique en vigueur depuis Aristote. Une fois acceptée cette idée, les astronomes mirent à profit une foule d'outils géométriques qui leur permirent de s'attaquer de nouveau à la détermination des distances qui séparent les planètes du système solaire.

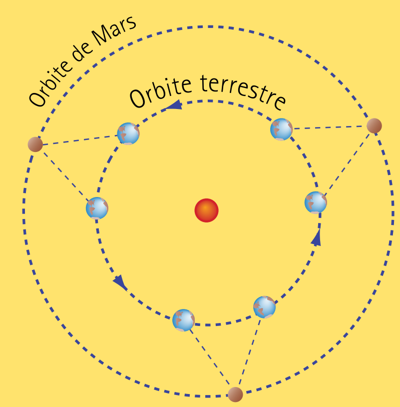
Kepler et la planète Mars

Le fait que, dans le système héliocentrique, la Terre tourne désormais autour du Soleil comme les autres planètes, offrait aux astronomes une occasion inespérée d'observer le ciel de divers points de vue le long de l'orbite terrestre et d'appliquer une technique de mesure appelée *triangulation*. Quiconque a deux yeux est déjà familier avec la triangulation : ce sont les points de vue légèrement différents que chacun de nos yeux envoient au cerveau qui permettent, par comparaison, d'estimer la distance qui nous sépare des objets qui nous entourent. Malheureusement, la faible séparation des yeux limite la triangulation visuelle à quelques mètres. Pour mesurer des distances astronomiques par triangulation, il faudrait que nos yeux soient éloignés de plusieurs millions de kilomètres! Heureusement, le diamètre de l'orbite terrestre offre justement une telle séparation, pour peu que les observateurs conservent des notes précises de leurs observations.

Johannes Kepler (1571-1630) a utilisé une telle approche pour déterminer le rayon de l'orbite de la planète Mars. Kepler entendait tirer avantage de la révolution de la Terre autour du Soleil pour comparer des positions de la planète Mars observées à intervalles réguliers par rapport aux étoiles lointaines. Mais un problème de taille se posait : tandis que la Terre avance sur son orbite, la planète observée avance aussi. Comment s'assurer que Mars soit au même point de son orbite d'une observation à l'autre ?

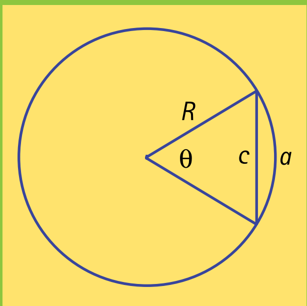
Kepler résolut ce problème de manière ingénieuse. L'astronome savait, grâce aux calculs de Copernic, qu'il fallait à la planète Mars 1,88 an pour revenir au même point de son orbite. Il compara donc les positions observées de Mars vues de la Terre à 1,88 ans d'intervalle : pour chaque paire d'observation, Mars était au même point de son orbite, mais pas la Terre, puisque notre planète avait fait plus d'un tour sur sa propre orbite (1,88 tour, en réalité). La seconde visée était donc différente de la première. L'intersection de chaque paire de visées marquait une position de la planète Mars. En répétant les paires de mesures, on pouvait tracer l'ensemble de l'orbite martienne.

Rayon de l'orbite de Mars



En prenant une orbite terrestre de rayon égal à 1 ua comme base de triangulation, Kepler put calculer que le rayon de l'orbite de Mars était

Relation du triangle étroit



Dans un cercle de rayon R, un angle θ intercepte un arc de cercle a, lui-même sous-tendu par une corde c.

La longueur de l'arc intercepté est proportionnelle à l'angle au centre. Si l'angle θ vaut 360°, il intercepte la circonférence, $2\pi R$. On a donc :

$$\frac{2\pi R}{a} = \frac{360°}{\theta}, \text{ d'où } \frac{R}{a} = \frac{57{,}3°}{\theta}.$$

Dans le cas des triangles étroits ($\theta < 10°$), on peut considérer que l'arc de cercle a et la corde c qui le sous-tend sont approximativement d'égale longueur. Par conséquent, on peut écrire :

$$\frac{R}{c} \approx \frac{57{,}3°}{\theta}.$$

Cette relation est fort utile en astronomie où les angles mesurés sont souvent très petits, de l'ordre de la seconde d'arc (1/3600^{e} de degré). Les astronomes utilisent généralement la relation du triangle étroit sous la forme suivante :

$$\frac{R}{c} \approx \frac{2{,}06\times 10^{5}}{\alpha},$$

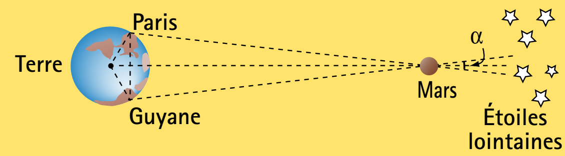
où l'angle étroit θ est exprimé en seconde d'arc.

1,5 fois plus grand que celui de l'orbite terrestre, soit 1,5 au. En répétant patiemment des observations similaires pour les autres planètes supérieures, Jupiter et Saturne, les astronomes purent déterminer avec précision les distances moyennes entre les planètes et le Soleil, exprimées en unités astronomiques.

L'unité astronomique

Connaissant les grandeurs relatives des orbites des planètes, les astronomes ont ensuite cherché à déterminer la valeur de l'unité astronomique afin de connaître la grandeur réelle du système solaire. Ce sont les astronomes français Jean Richer et Jean-Dominique Cassini qui ont résolu le problème. En 1671, lors d'une opposition de Mars (Mars étant alors à l'opposé du Soleil dans le ciel), les deux observèrent au même moment (convenu d'avance) la position de la planète rouge par rapport aux étoiles situées en arrière-plan, Cassini à l'observatoire de Paris, en France, et Richer en Guyane française, en Amérique du Sud.

Détermination de l'unité astronomique



De retour à Paris, Richer compara ses observations à celles de Cassini; les astronomes constatèrent bel et bien une légère différence entre les positions de Mars vues de France et d'Amérique du Sud. La différence était faible, quelques millièmes de degrés à peine, mais suffisante pour effectuer un calcul de triangulation. Connaissant la distance $\overline{PG}$ entre Paris et la Guyane, Cassini et Richer purent effectuer le calcul suivant pour la distance Terre-Mars $\overline{TM}$, basé sur la relation du triangle étroit (voir l'encadré ci-dessus) :

$$\frac{\overline{TM}}{\overline{PG}} = \frac{2{,}06\times 10^{5}}{\alpha}.$$

On considère ici que les distances Paris-Mars ou Guyane-Mars sont suffisamment semblables à la distance $\overline{TM}$ entre la Terre et Mars pour utiliser cette dernière dans l'équation ci-contre. Par conséquent :

$$\overline{TM} = \overline{PG}\times\left(\frac{2{,}06\times 10^{5}}{\alpha}\right).$$

Avec α = 24″ et $\overline{PG} = 7\,200$ km, on obtient : $\overline{TM} = 61\,800\,000$ km.

Connaissant désormais la distance réelle entre la Terre et sa voisine, Cassini et Richer avaient enfin en main un facteur d'échelle qui leur permit de calculer la distance réelle entre la Terre et le Soleil, soit 140 millions de kilomètres, ce qui est remarquablement proche de la valeur moderne de 150 millions de km. De là découlèrent ensuite toutes les autres mesures de distance entre les planètes du système solaire, ce qui plaçait Saturne (la plus lointaine planète connue à l'époque) à un incroyable 1 milliard 330 millions de kilomètres du Soleil. La valeur moyenne moderne est 1,426 milliard de km.

Étoiles et parallaxe

L'invention de la lunette astronomique avait non seulement permis de prendre la mesure du système solaire; des télescopes de plus en plus puissants et précis permettaient désormais de s'attaquer à la détermination de la distance aux étoiles, dont on savait qu'elles étaient encore plus lointaines. La méthode privilégiée pour s'attaquer à ce problème consistait à mesurer la parallaxe des étoiles (voir encadré ci-dessous). Malheureusement pour les astronomes, les étoiles sont si lointaines que les parallaxes sont infimes, même pour les étoiles les plus proches. Pendant longtemps, les parallaxes stellaires sont demeurées hors de portée des meilleurs instruments.

Mais en 1838, après des années d'efforts frustrants, l'astronome allemand Friedrich Bessel (1784-1846) parvint enfin à mesurer la parallaxe de l'étoile 61 de la constellation du Cygne. La parallaxe de 61 Cygni était infime, une fraction de seconde d'arc à peine, mais elle plaçait tout de même cette étoile à une distance ahurissante de 11,2 années-lumière de la Terre ! La sphère des étoiles venait d'exploser, littéralement, et l'Univers allait s'avérer beaucoup plus grand que ce que l'on imaginait jusque là.

Une fois la mesure de Bessel confirmée, les astronomes entreprirent de mesurer systématiquement la distance de toutes les étoiles voisines du Soleil jusqu'aux plus lointaines dont ils pouvaient encore mesurer le parallaxe. La mesure des parallaxes stellaires a toutefois une limite, imposée par le diamètre de l'orbite terrestre et la précision des télescopes servant à mesurer les petits angles. Même le satellite Hipparcos, placé sur orbite terrestre par l'Agence spatiale européenne en 1989 pour mesurer la distance d'étoiles de plus en plus lointaines, n'a plus été capable de mesurer avec précision les parallaxes d'étoiles situées au-delà de 1 000 années-lumière, puisque les angles correspondants étaient trop faibles pour ses instruments.

Photométrie et spectroscopie

Les astronomes ayant atteint les limites de ce que la géométrie leur permettait de mesurer, ils cherchèrent de nouveaux moyens pour pousser plus loin leurs mesures du Cosmos. Nous verrons dans le troisième texte de cette série que deux techniques nouvelles, la photométrie et la spectroscopie, vont devenir leurs meilleures alliées dans cette entreprise.

Parallaxe des étoiles

La grande différence entre les planètes et les étoiles, c'est que ces dernières sont fixes sur le fond du ciel[1] tandis que les planètes se déplacent constamment. Cela a donné aux astronomes l'idée d'utiliser le déplacement annuel de la Terre sur son orbite pour créer deux visées d'une même étoile fixe avec la plus large base possible, soit le diamètre de l'orbite terrestre. Ainsi, deux visées d'une étoile proche prises à six mois d'intervalle devraient montrer un léger déplacement de l'étoile par rapport aux étoiles plus lointaines situées en arrière-plan.

Un observateur vise l'étoile E et note sa position par rapport aux autres étoiles de cette région du ciel. Six mois plus tard, le même observateur vise à nouveau l'étoile E et note une nouvelle position. La moitié de l'angle α mesuré sur le ciel et séparant ces deux positions apparentes de l'étoile E est définie comme l'angle θ et se nomme *parallaxe*.

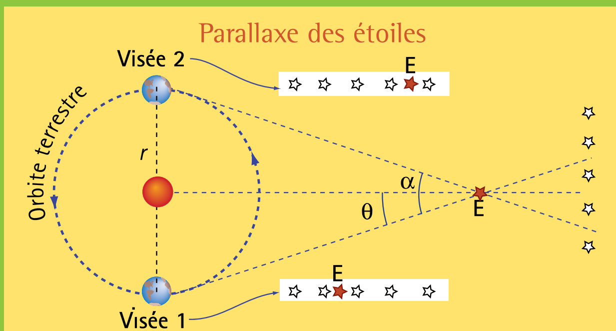
La relation des triangles étroits[2] nous sert encore ici à établir la relation entre le rayon r de l'orbite terrestre (égal à 1 ua) et la distance D qui nous sépare d'une étoile dont la parallaxe est θ :

$$D = 2r \times \frac{2{,}06 \times 10^5}{\alpha} = r \times \frac{2{,}06 \times 10^5}{\theta}.$$

Substituant la valeur connue de r, convertie en années-lumière[3], dans l'équation, on obtient :

$$D = \frac{3{,}26}{\theta} \text{ al},$$

où θ est exprimé en seconde d'arc.



1. *Les étoiles sont en réalité animées de mouvements propres (révolution autour du centre de la Galaxie), mais ces mouvements sont négligeables sur une période d'une année terrestre.*
2. *La relation des petits angles permet de remplacer la tangente d'un angle par l'angle lui-même si celui-ci est exprimé. Or,*

   *1 rad = 57,3 deg = 57,3 * 3600 sec. arc = 2,06×10⁵*
3. *Une année-lumière est la distance franchie par un rayon de lumière en un an, à la vitesse de 300 000 km/s. Une année-lumière (al) correspond à environ dix mille milliards de kilomètres.*

Mesurer la taille des objets qui nous entourent ou la distance qui nous en sépare est un jeu d'enfant. Mais, lorsqu'il est question de mesurer les distances entre les astres et la taille de ceux-ci, le défi est de taille. Des générations de savants l'ont relevé avec brio.

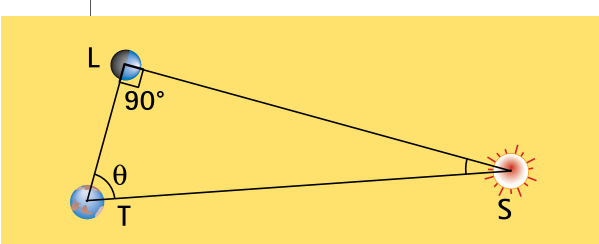
Mesurer l'Univers

Pierre Chastenay
Astronome
Planétarium de Montréal

De la Terre au Soleil

Le premier jalon de cette vaste entreprise de mesure a été posé par le philosophe et mathématicien grec Pythagore, au VIe siècle avant notre ère. Non pas que Pythagore ait lui-même entrepris de mesurer le cosmos; c'est plutôt son célèbre théorème qui a ouvert la voie à ses successeurs. Car la trigonométrie est à la base des toutes premières tentatives pour mesurer le ciel…

Par exemple, Aristarque de Samos entreprit de mesurer la distance qui nous sépare du Soleil en se fondant uniquement sur ses observations et sur le théorème de Pythagore. Aristarque savait qu'au premier quartier de la Lune, la Terre, la Lune et le Soleil forment un triangle dans l'espace. Aristarque avait compris que lorsque la moitié du disque lunaire est éclairée, l'angle au sommet occupé par la Lune doit être de 90°. Le théorème de Pythagore peut donc être utilisé pour évaluer la grandeur de la ligne Terre-Soleil, qui est l'hypoténuse du triangle Terre-Lune-Soleil. Cela revient, en réalité, à mesurer l'angle entre le Soleil et la Lune, l'angle θ dans la figure ci-dessous, au moment du premier quartier.



La figure n'est pas à l'échelle, mais elle permet de voir que la distance Terre-Soleil est proportionnelle à l'angle θ. Aristarque savait, en tentant de mesurer l'angle θ, que plus celui-ci est proche de 90 degrés, plus le Soleil est éloigné de la Terre.

Aristarque de Samos
~310 – ~230

Aristarque est né dans l'île de Samos et il a probablement étudié à Alexandrie sous la direction de Strato de Lampsacos. Le seul ouvrage d'Aristarque qui a été conservé est un petit traité intitulé *Sur les dimensions et distances du Soleil et de la Lune*. Il y décrit comment il a cherché à déterminer ces distances et dimensions et les résultats qu'il a obtenus. Il fut le premier à proposer un système héliocentrique, c'est-à-dire un Univers centré sur le Soleil. Ce système eut un certain succès mais fut rejeté principalement pour deux raisons. Premièrement, on ne pouvait concevoir qu'un objet lourd comme la Terre puisse être en mouvement. La deuxième raison est l'absence apparent de parallaxe des étoiles proches. Si la Terre se déplace, on devrait voir les étoiles fixes suivant un angle différent selon la période de l'année. Aristarque a émis l'hypothèse que cette différence d'angle (parallaxe) existe bien mais n'est pas décelable car les étoiles fixes sont situées très loin de la Terre. Son hypothèse était exacte, la parallaxe est maintenant mesurable.

Sans instrument d'observation précis, la détermination du moment exact du premier quartier de Lune et la mesure de l'angle entre la Lune et le Soleil ont posé d'énormes difficultés à Aristarque. Malgré tout, il parvint à estimer l'angle θ à 87 degrés, ce qui plaçait le Soleil 19 fois plus loin de la Terre que la Lune. Si on utilise plutôt la valeur moderne de θ = 89,85 degrés, on obtient que le Soleil est environ 400 fois plus loin de la Terre que la Lune.

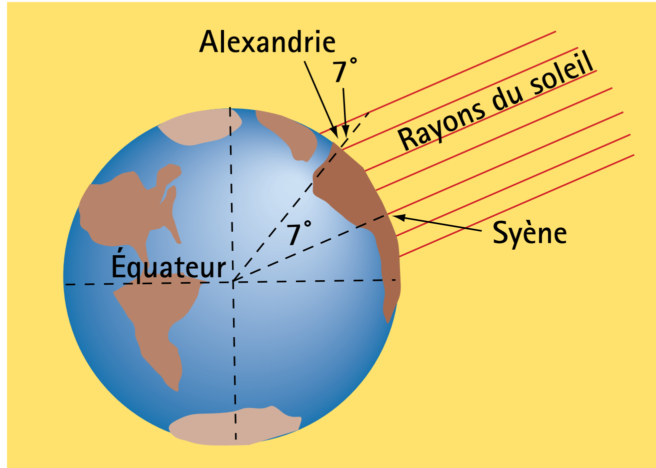
Même si son résultat était imprécis, Aristarque en déduisit tout de même que, puisque le Soleil était situé 19 fois plus loin que la Lune et que les deux astres avaient le même diamètre apparent vu de la Terre (ce qui est évident au vu d'une éclipse totale de Soleil), cela signifiait que le diamètre du Soleil devait être 19 fois supérieur à celui de

la Lune. En observant une éclipse de Lune, Aristarque constata en outre que le diamètre de notre satellite est compris entre un quart et une demie du diamètre de la Terre (du moins, de son ombre). Cela signifie que le diamètre du Soleil est de 5 (≈ 19/4) à 10 (≈ 19/2) fois plus grand que celui de la Terre.

Cela conduisit Aristarque à conclure que, puisque le Soleil était plus gros que la Terre et la Lune, il devait être au centre de l'Univers, position jusque-là occupée par notre planète. Cette proposition, fort peu orthodoxe pour l'époque, allait lui attirer bien des ennuis avec les autorités religieuses de son temps... En réalité, il faudra attendre près de 18 siècles avant que l'héliocentrisme ne s'impose finalement, ce sur quoi nous reviendrons dans le second article de cette série.

La circonférence de la Terre

On remarque que la mesure par Aristarque de Samos de la distance Terre-Soleil correspond à une valeur relative (fonction de la distance Terre-Lune), et non une valeur absolue, comme une distance en kilomètres. Il revient à un autre savant grec, Ératosthène, d'avoir le premier réussi à établir une telle mesure réelle, celle de la circonférence de la Terre. Et encore une fois, ce sont quelques observations et un simple raisonnement géométrique qui lui permirent de réussir cet exploit.



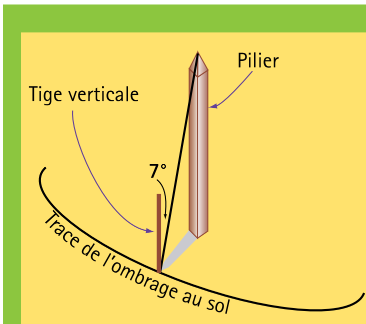
Ératosthène vivait à Alexandrie, au nord de l'Égypte. On lui avait rapporté que le jour du solstice d'été, le Soleil de midi se réfléchissait au fond d'un puit creusé à Syène, une ville située plus au sud. Autant dire que ce jour-là, le Soleil de midi était au zénith (à la verticale) à Syène. Or, le même jour, le Soleil de midi n'était pas au zénith à Alexandrie, puisqu'un obélisque projetait une ombre faisant un angle de 7 degrés par rapport à la verticale.

Ératosthène savait que la Terre est ronde, il connaissait la distance entre Alexandrie et Syène et supposait que le Soleil était suffisamment loin de la Terre – au moins 19 fois plus loin que la Lune ! – pour que l'on puisse considérer ses rayons comme parallèles. Puisque les angles alternes internes d'une sécante à deux droites parallèles sont égaux entre eux, Ératosthène détermina donc qu'un angle de 7 degrés devait séparer Alexandrie et Syène par rapport au centre de la Terre. La circonférence de la Terre pouvait par conséquent être calculée grâce à la formule suivante :

$$\text{Circ.} = \frac{360°}{7°} \times \left(\begin{array}{c} \text{distance} \\ \text{d'Alexandrie à Syène} \end{array} \right).$$

Les historiens ne s'entendent pas sur la valeur exacte de la distance en stades (l'unité de mesure de l'époque) qu'aurait utilisée Ératosthène dans son calcul. Mais si on utilise la valeur la plus communément acceptée et qu'on la convertit en kilomètres, cela donne 820 kilomètres entre les deux villes et on obtient une circonférence de 42 171 km, ce qui est remarquablement proche de la valeur moderne de 40 074 km ! Le rayon et le diamètre de la Terre se calculent ensuite facilement grâce à la formule $C = 2\pi R$[1].

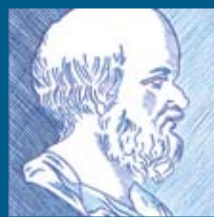
1. *Archimède (~287 – ~212), contemporain et correspondant d'Ératosthène, a calculé que 223/71 < π < 220/70.*



Pour déterminer à quel moment le Soleil est au plus haut, il faut marquer régulièrement la pointe de l'ombre sur le sol au cours de la journée. La figure alors décrite est une portion d'ellipse. Lorsque la pointe de l'ombre est le plus près du pied du pilier, il est midi. Il ne restait plus qu'à mesurer la distance d'Alexandrie à Syène.

Ératosthène de Cyrène

~276 - ~197 ou ~194

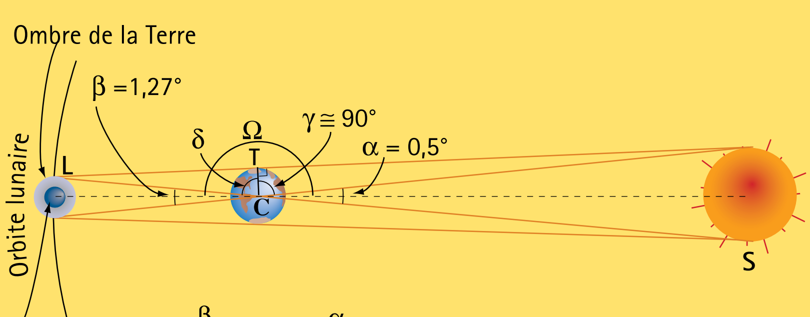


Ératosthène est né en ~276 à Cyrène (Shahhat, Libye). Après avoir étudié à Alexandrie et à Athènes, il s'est installé à Alexandrie où il devint directeur de la bibliothèque. Il a fait des recherches en géométrie et en théorie des nombres. En mathématiques, il est connu par le *crible d'Ératosthène* qui consiste à éliminer de la liste des nombres tous les multiples des nombres premiers. Les nombres restants sont les nombres premiers. Le crible, sous une forme modifiée, est encore un instrument utilisé de nos jours en théorie des nombres.

Sa plus grande réalisation est une mesure assez précise de la circonférence terrestre. Il a compilé un catalogue d'étoiles. Il est devenu aveugle à la fin de sa vie et on croit qu'il s'est laissé mourir de faim. Il est mort à Alexandrie, mais on n'a pas de certitude quant à l'année de sa mort, qui se situerait entre ~197 et ~194.

De la Terre à la Lune

En se basant sur les travaux d'Aristarque de Samos et d'Ératosthène, l'astronome grec Hipparque réussit lui aussi un exploit remarquable : mesurer la distance réelle entre la Terre et la Lune avec une précision de 10 % à l'aide d'une simple horloge à eau et d'un rapporteur d'angles rudimentaire. La clé de la méthode d'Hipparque est l'observation de la durée d'une éclipse totale de la Lune. La géométrie de la situation étudiée par Hipparque est représentée à la figure ci-dessous.



$$\Omega = \frac{\beta}{2} + \delta + \gamma + \frac{\alpha}{2} = 180°,$$

$$\text{d'où } \delta = 180° - 90° - 0{,}25° - \frac{1{,}27°}{2} = 89{,}12°.$$

Sur cette illustration, α est l'angle sous-tendu par le Soleil, β est l'angle sous-tendu par l'ombre de la Terre et traversé par la Lune lors d'une éclipse, tandis que γ et δ sont deux angles a priori inconnus. La ligne CT représente le rayon de la Terre (connu depuis Ératosthène) tandis que CL représente la distance entre la Terre et la Lune. La ligne pointillée relie le centre du Soleil et celui de la Terre (ce dessin n'est pas à l'échelle).

Hipparque connaissait déjà l'angle α sous-tendu par le Soleil, égal à 0,5 degrés. Pour calculer l'angle β sous-tendu par l'ombre de la Terre à la distance où se trouve la Lune éclipsée, il mesura d'abord le temps requis pour que la Lune complète une orbite autour de la Terre, soit 29,5 jours (mois synodique) ou 708 heures. Il mesura ensuite la durée des plus longues éclipses de Lune, environ 2,5 heures. Ces deux mesures lui permirent d'effectuer le calcul suivant pour β :

$$\beta = \left(\frac{2{,}5\text{ h}}{708\text{ h}}\right) \times 360° = 1{,}27°.$$

Hipparque raisonna que, puisque l'on pouvait considérer le Soleil comme étant beaucoup plus loin de la Terre que la Lune (au moins 19 fois plus loin, si l'on en croit Aristarque de Samos), alors on pouvait sans trop se tromper affirmer que l'angle γ était égal à 90 degrés. Enfin, il apparaît clairement sur la figure que la ligne reliant le centre du Soleil au centre de la Terre coupe les angles α et β en deux parties égales. Hipparque considéra donc la somme suivante :

$$\frac{\beta}{2}+\delta+\gamma+\frac{\alpha}{2}=180^\circ$$

En isolant δ et en substituant les valeurs connues dans l'équation, on obtient que l'angle δ vaut 89,12 degrés. Or, le triangle CTL est un triangle rectangle. Par conséquent, la distance Terre-Lune CL peut être facilement calculée grâce aux relations trigonométriques :

$$\cos\delta=\frac{\overline{CT}}{\overline{CL}},\ \text{d'où}\ \overline{CL}=\frac{\overline{CT}}{\cos\delta}=65\times\overline{CT}.$$

Hipparque obtint le résultat remarquablement précis que la distance Terre-Lune équivaut à 65 fois le rayon terrestre (la valeur moderne est 60). Connaissant le rayon de la Terre grâce aux travaux d'Ératosthène, Hipparque put calculer la valeur réelle de la distance Terre-Lune avec une précision de l'ordre de 10 %, un véritable triomphe pour la géométrie ! De là, il put également calculer la valeur réelle de la distance du Soleil, 19 fois plus loin que la Lune, ou 1 235 rayons terrestres.

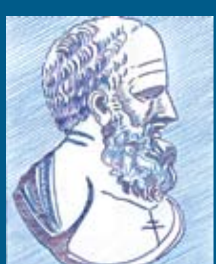
Au tour des planètes

Grâce aux trois génies grecs dont nous venons d'exposer les travaux, on connaissait au II^{e} siècle avant notre ère les valeurs réelles du diamètre de la Terre et des distances Terre-Lune et Terre-Soleil (quoique, dans ce dernier cas, on se doutait que cette valeur était très imprécise). Il restait toutefois aux astronomes grecs de l'Antiquité un dernier territoire à conquérir et à mesurer : le système solaire. De telles mesures allaient cependant leur échapper pour deux raisons. D'abord, sans instrument d'observation adéquat (le télescope ne sera inventé que 18 siècles plus tard), les planètes demeuraient de simples points de lumière et ne se prêtaient donc pas au type d'observations et de mesures que l'on avait faites sur le Soleil et la Lune.

Mais le principal obstacle demeurait le géocentrisme, qui empêchait les savants de l'époque de comprendre la véritable nature des mouvements apparemment capricieux des planètes. C'est pourquoi l'entreprise de mesurer l'Univers allait connaître un hiatus de plus de 1 800 ans avant que deux concepts révolutionnaires, l'héliocentrisme et le télescope, ne la relancent pour de bon.

Hipparque de Nicée

~190 - ~120



Considéré comme le plus grand astronome de toute l'Antiquité classique, Hipparque est né à Nicée en Bithynie (actuellement en Turquie). Il a fait des observations d'une bonne précision entre ~161 et ~127 depuis Rhodes et Alexandrie.

Il a mis en évidence un grand nombre de phénomènes insoupçonnés auparavant et a transformé l'astronomie grecque d'une science descriptive à une science prédictive. Il a estimé les distances Terre-Lune et Terre-Soleil, ainsi que les tailles réelles de ces astres. Il a dressé un catalogue de 800 étoiles, notant leur position avec précision et en évaluant leur grandeur apparente. Il fut le premier à reconnaître la précession des équinoxes, c'est-à-dire le déplacement lent du point vernal (équinoxe de printemps) sur le zodiaque.

Hipparque a développé l'idée d'Ératosthène d'utiliser des méridiens et des parallèles. Il a étendu cette idée à toute la sphère terrestre.

Cette extension l'a amené à poser les fondements de la trigonométrie sphérique, soit l'étude des triangles sur la surface d'une sphère, pour pouvoir déterminer la distance entre deux points qui ne sont pas sur le même méridien ni sur le même parallèle.

La spectroscopie permet d'aller plus loin et déterminer la distance des étoiles trop éloignées pour avoir une parallaxe mesurable.

Un peu plus loin !

Pierre Chastenay
Astronome
Planétarium de Montréal

La photométrie à la rescousse

Les méthodes photométriques d'estimation des distances se basent toutes sur le fait que l'intensité I d'une source lumineuse de luminosité constante diminue en fonction du carré de la distance r qui nous en sépare :

$$I \propto \frac{1}{r^2}.$$

Par exemple, à luminosité constante, une source lumineuse deux fois plus éloignée nous apparaîtra quatre fois moins brillante, neuf fois si elle est trois fois plus loin, etc. Si l'on connaît la luminosité intrinsèque L d'une étoile et son intensité apparente I, on peut déduire la distance D qui nous en sépare grâce à la relation :

$$I = C \times \frac{L}{D^2},$$

où C est une constante dont la valeur dépend des unités utilisées. La relation pour D devient alors :

$$D = \sqrt{\frac{CL}{I}}.$$

On remarque que cette relation fait intervenir trois variables dont seulement une, l'intensité I, est connue, puisque c'est précisément ce que les astronomes mesurent par photométrie. On sait d'autre part que la luminosité intrinsèque d'une étoile se retrouve à l'intérieur d'un très vaste intervalle, des naines rouges très peu lumineuses jusqu'aux supergéantes bleues des dizaines de milliers de fois plus brillantes que le Soleil. Alors, pour une intensité donnée, comment savoir si l'on a affaire à une étoile peu lumineuse, mais proche, ou plutôt à une étoile extrêmement lumineuse beaucoup plus éloignée ? Il est tout à fait possible que ces deux étoiles aient la même intensité lumineuse apparente sans qu'elles se trouvent pour autant à la même distance de la Terre. Comment contourner cet important problème ?

Spectroscopie

C'est ici que la spectroscopie entre en jeu. Quiconque a déjà contemplé un arc-en-ciel a remarqué la dispersion des couleurs, du rouge au bleu; depuis les travaux de Sir Isaac Newton (1643-1727) sur la lumière, nous savons que ces couleurs composent le spectre de la lumière solaire. En poussant plus loin l'analyse de la lumière des étoiles dispersée par un prisme, les astronomes y ont découvert des raies spectrales, qui apparaissent comme des bandes sombres superposées à l'arc-en-ciel des couleurs. La théorie atomique nous a appris que ces raies sont la signature spectrale des éléments chimiques qui composent les étoiles. L'étude approfondie des raies spectrales nous renseigne non seulement sur la composition chimique des étoiles, mais également sur certaines de leurs caractéristiques physiques, comme leur température, leur masse, leur taille, leur gravité de surface, etc. Tous ces renseignements nous permettent ensuite de classer les étoiles en familles qui partagent certaines caractéristiques physiques communes, dont la luminosité intrinsèque.

C'est ainsi qu'il est possible de comparer deux étoiles dont les caractéristiques spectrales nous apprennent qu'elles ont à peu près la même luminosité L. Il est alors simple d'établir un rapport de distance entre l'étoile plus proche et plus brillante et l'autre, plus éloignée et nécessairement moins brillante. Cela nous renseigne sur leurs distances relatives, mais ne nous dit cependant rien sur la distance réelle qui nous en sépare. Pour cela, il faut être en mesure de calibrer nos observations, par exemple en comparant ces deux étoiles avec une troisième de la même famille, mais située suffisamment proche de la Terre pour que sa distance soit connue par parallaxe. On utilise alors cette troisième étoile pour calculer L à partir de son intensité observée I, puis, connaissant L (la même pour les trois étoiles) et l'intensité des autres étoiles de la même famille, on peut calculer leur distance. Cette méthode fonctionne bien en principe, mais se heurte souvent à l'écueil de savoir si deux étoiles qui se ressemblent ont véritablement les mêmes caractéristiques et, surtout, la même luminosité…

Les céphéides

Il existe heureusement une famille d'étoiles qui a été une véritable pierre de Rosette pour les astronomes tentant de mesurer de grandes distances stellaires : les étoiles céphéides. Le prototype de cette catégorie d'étoiles est Delta Cephei, dans la constellation de Céphée. Il s'agit d'une étoile orangée dont la luminosité varie de manière régulière et périodique. Un groupe particulier d'étoiles céphéides a joué un rôle primordial dans l'histoire de la mesure des distances cosmiques : celles situées dans le Petit Nuage de Magellan, une galaxie irrégulière en orbite autour de notre Voie lactée et visible uniquement de l'hémisphère Sud de la Terre.

Petit Nuage de Magellan

Les céphéides du Petit Nuage de Magellan ont été longuement étudiées par l'astronome américaine Henrietta Leavitta[1] qui est arrivée à la conclusion remarquable que plus une céphéide nous apparaissait brillante, plus longue était sa période de variation (l'intervalle entre deux maxima d'intensité). Or, toutes les céphéides étudiées par Leavitt étaient situées à l'intérieur du Petit Nuage de Magellan; cela signifie qu'elles étaient pratiquement toutes situées à la même distance de nous. Cela permettait de supposer que, pour une étoile céphéide, sa période de variation P était directement proportionnelle à sa luminosité intrinsèque L :

$$P = k \times L,$$

où k est une constante. Pour les céphéides, donc, plus la période de variation d'intensité est longue, plus l'étoile est intrinsèquement brillante. Mesurer la période d'une céphéide permettait donc, en principe, de connaître sa luminosité et, par conséquent, sa distance.

Malheureusement, Henrietta Leavitt ne connaissait pas la distance qui nous sépare du Petit Nuage de Magellan, ce qui lui aurait permis de calibrer sa relation. On ne connaissait pas non plus à l'époque de céphéide suffisamment proche de la Terre pour déterminer sa distance par parallaxe. Mais un an à peine après la publication des travaux de Leavitt, en 1913, l'astronome danois Ejnar Hertzsprung (1873-1967) annonça être parvenu à mesurer la distance de quelques céphéides de la Voie lactée à l'aide d'une méthode statistique. La mesure des distances par la méthode des céphéides était donc calibrée. On tenait enfin l'étalon de mesure qui allait permettre la détermination des distances cosmiques à l'échelle de l'Univers entier ! De nos jours, on calibre la relation période-luminosité grâce à quelques céphéides situées à la limite de la portée du satellite Hipparcos.

1. Voir note biographique rédigée par André Ross en page 29.

La taille de la Voie lactée

Dès que l'on eut calibré les céphéides comme marqueurs de distance, les astronomes se mirent à la recherche de ces étoiles partout dans la Voie lactée et au-delà. L'astronome américain Harlow Shapley (1885-1972) utilisa des céphéides découvertes dans une centaine d'amas globulaires pour déterminer leur distribution dans l'espace. Les amas globulaires sont des regroupements sphériques de centaines de milliers d'étoiles liées par la gravité. Shapley eut la surprise de découvrir que les amas globulaires formaient une vaste sphère centrée sur un point situé à 25 000 années-lumière (a.-l.) de la Terre, en direction de la constellation du Sagittaire. Il en conclut que les amas globulaires étaient en orbite autour du centre massif de la Voie lactée, situé à 25 000 a.-l. de la Terre. Une telle distance décuplait la taille de la Voie lactée, dont on sait aujourd'hui qu'elle mesure plus de 100 000 a.-l. de diamètre.

Un autre avantage des céphéides est le fait que ces étoiles sont généralement très lumineuses, si bien qu'il est possible de les observer au-delà de la Voie lactée, au sein de galaxies voisines, comme les Nuages de Magellan. En 1925, l'astronome américain Edwin Hubble (1889-1953) parvint à mesurer la période d'étoiles céphéides situées au sein de la » nébuleuse » d'Andromède, dont on ne savait pas encore s'il s'agissait d'une île d'étoiles distincte de notre Voie lactée, ou d'un simple amas d'étoiles situé à l'intérieur des limites de notre Galaxie. Grâce aux céphéides, Hubble calcula que la grande galaxie était bel et bien située à l'extérieur de la Voie lactée, on sait aujourd'hui qu'elle est située à plus de 2,4 millions d'a.-l. de la Terre. Une telle distance repoussait encore plus loin les limites de l'Univers connu !

Amas globulaire dans Hercule

Étoiles géantes et supernovae

Même si les céphéides sont très lumineuses, il existe tout de même une limite au-delà de laquelle il devient pratiquement impossible de les distinguer des autres étoiles de leur galaxie hôtesse. Cette limite se situe à environ 100 millions d'a.-l. de la Voie lactée. Pour mesurer des distances au-delà de cette limite, les astronomes se tournent vers des objets encore plus brillants, comme les étoiles supergéantes bleues et les supernovae. Par exemple, en comparant les galaxies dont la distance est connue par la méthode des céphéides, les astronomes ont constaté que les étoiles supergéantes les plus brillantes de chaque galaxie avaient à peu près la même luminosité intrinsèque, des centaines de milliers de fois plus que le Soleil. Si on découvre de telles étoiles dans des galaxies trop éloignées pour y détecter des céphéides, on peut utiliser notre connaissance de leur luminosité intrinsèque moyenne pour déterminer la distance qui nous en sépare.

Il est possible de faire de même avec des objets encore plus lumineux, des milliards de fois plus que le Soleil : les supernovae. Une étoile massive arrivée à la fin de sa vie explose généralement de manière catastrophique. La majeure partie de sa masse sera soufflée dans l'espace, révélant son noyau incroyablement chaud et brillant. Pendant quelques jours, une supernova peut être plus brillante qu'une galaxie entière ! Il existe divers type de supernovae, dont certaines atteignent toujours la même luminosité maximale et qui peuvent donc être calibrées pour servir d'étalon de distance au-delà de la limite des céphéides et des supergéantes bleues. Ce sont de telles supernovae qui ont permis aux astronomes de déterminer les distances aux galaxies les plus lointaines, situées à plusieurs milliards d'a.-l. de nous !

Conclusion

L'entreprise de mesurer le monde s'est révélée longue et ardue, mais les résultats sont spectaculaires. Du cosmos des philosophes grecs, relativement restreint et centré sur la Terre, nous sommes passés aujourd'hui à un Univers démesurément vaste, où la Terre n'est plus qu'un minuscule grain de poussière en orbite autour d'une étoile ordinaire située à la périphérie d'une galaxie en tout point semblable à des milliards d'autres galaxies qui peuplent le firmament. Une telle expansion des limites du cosmos est à l'image du développement de nos outils de mesure, trigonométriques d'abord, puis incorporant les connaissances plus récentes en mathématiques, en physique et notre connaissance intime de la structure et du comportement de la matière.

La mesure du monde a également constitué une véritable leçon d'humilité pour l'humanité qui comprend mieux aujourd'hui sa place dans le cosmos. Nous n'occupons pas de position privilégiée et l'Univers pourrait sans doute très bien se passer de notre présence. Mais par la simple force de sa raison et par son intelligence, l'être humain a tout de même réussi à prendre la mesure de cet Univers immense. Voilà certainement une des manifestations de la véritable grandeur de l'humanité !

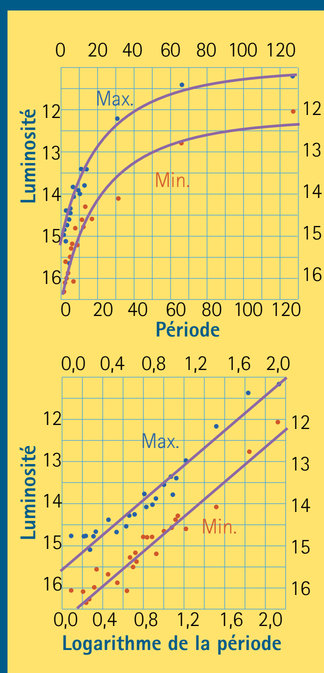
Henrietta Leavitt

L'astronome américaine Henrietta Swan Leavitt est née en 1868 à Lancaster (Massachusetts) et est décédée en 1921 à Cambridge (Massachusetts). Elle effectua des études au Oberlin College et à la Society for Collegiate Instruction of Women (Radcliffe College) où elle découvrit l'astronomie. Après avoir obtenu son diplôme, elle suivit d'autres cours dans cette discipline dans laquelle elle fit des découvertes importantes. À l'âge de 25 ans, elle devint sourde à la suite d'une maladie. Engagée comme volontaire à l'observatoire du collège Harvard de Cambridge par Edward Charles Pickering, elle devait analyser des milliers de plaques photographiques afin d'évaluer la magnitude des étoiles. Elle eut à analyser des plaques photographiques des Nuages de Magellan, reçues de la station australe d'Harvard, l'observatoire péruvien d'Arequipa. Elle y repéra plusieurs étoiles, de luminosité apparente variable, comme celle découverte en 1786 par l'astronome anglais John Goodricke dans la constellation de Céphée.

Voulant comprendre ce qui détermine le rythme de fluctuations de la luminosité de ces étoiles, elle porta son attention sur les deux seuls paramètres mesurables concernant n'importe quelle céphéide : la période de variation et la luminosité. Elle chercha à savoir s'il existait une relation entre la période et la luminosité, c'est-à-dire si les étoiles les plus brillantes avaient une période de variation plus longue que les étoiles moins brillantes, et inversement.

Elle découvrit qu'il existe effectivement une relation mathématique entre la luminosité intrinsèque de ces étoiles et leur période de pulsation et elle comprit que cette caractéristique des céphéides permet d'en déduire la distance relative, mais il fallait une base de comparaison. Elle ne connaissait pas la distance entre la Terre et le Nuage de Magellan, mais elle soupçonnait que celui-ci était très éloigné et que les céphéides qu'il contenait étaient relativement proches les unes des autres en comparaison de leur distance à la Terre. En d'autres termes, les vingt-cinq céphéides repérées dans le Nuage se trouvaient toutes plus ou moins à la même distance de la Terre.

Les données recueillies par Henrietta Leavitt pour établir la relation période-luminosité sont représentées dans les graphiques ci-contre dans lesquels on a reporté la luminosité maximale et minimale de chacune des céphéides repérées. Dans le premier graphique, l'axe des abscisses est gradué selon une échelle linéaire et représente la période mesurée en jours. Dans l'autre graphique, l'axe des abscisses est gradué selon une échelle logarithmique et représente le logarithme de la période. Les deux droites de ce graphique révèlent un lien affine entre le logarithme de la période et la luminosité de la céphéide. Cette relation période-luminosité est à la base d'une méthode d'évaluation des distances des amas stellaires et des galaxies dans l'Univers qui sera utilisée notamment par Edwin Hubble.



L'astéroïde (5383) Leavitt a été nommé en l'honneur de cette astronome de talent.